Reinhold HAUG, Freiburg

Erfolgreiches Lernen mit Modellierungswerkzeugen

Im heutigen Mathematikunterricht sind drei Typen von Software dominant, die Computeralgebrasystem (CAS), die Dynamischen Geometrie-Systeme (DGS) und die numerischen Systeme (Tabellenkalkulation, Datenanalysesystem) (vgl. Barzel & Hußmann & Leuders, 2005).

Die drei Systeme stehen jeweils für eine spezifische Repräsentationsform:

- CAS für die symbolisch-algebraische Repräsentationsformen
- TK und Datenanalysesysteme für die numerischen Repräsentationsformen
- DGS für die geometrischen Repräsentationsformen

Diese Systeme sind gegenüber einfacherer Software (etwa Demonstrations-Applets) dadurch charakterisiert, dass ihr Einsatz sich nicht in Animationen oder Simulationen erschöpft. Sie bieten vielmehr ein ganzes System von Werkzeugkomponenten, die auf unterschiedliche Weise als Lernumgebungen eingesetzt werden können.

Solche Werkzeugkomponenten können für die Gestaltung von Lernumgebungen nun auf zweierlei Weise verwendet werden:

1. Sie können von der Lehrperson verwendet werden, um geeignete Lernmittel zu generieren, z.B. Bilder, Animationen oder Simulationen
2. Sie können von den Schülerinnen und Schüler verwendet werden, um geeignete mathematische Situationen nicht nur explorativ zu untersuchen, sondern flexibel zu generieren.

Somit handelt es sich um Werkzeugsysteme, die in einem definierten Bereich (z.B. der ebenen Geometrie) den Charakter universeller Werkzeugsysteme tragen. Ihre parametrische Offenheit ist noch einmal prinzipiell größer als die einer Simulation. Die typische Arbeit von Schülerinnen und Schülern mit solchen Werkzeugen besteht darin, dass sie die Situationen, die sie explorativ erkunden wollen, erst mithilfe der Werkzeugkomponenten teilweise selbst herstellen müssen. Dieser Typ von Lernwerkzeug soll im Folgenden deshalb als „(Modellierungs)Werkzeug“ bezeichnet werden.

Modellierungswerkzeuge sind „nach unten gradierbar“: Für die Arbeit einer Lehrperson bedeute dies, dass sie mithilfe eines Modellierungswerkzeugs Bilder, Animationen oder Simulationen erzeugen kann, die die Schülerinnen und Schüler dann im jeweils intendierten Sinn nutzen können. Viele so genannte „dynamische Arbeitsblätter“ (vgl. Baptist, 2004; Miller

& Ulm, 2006;) sind solche erzeugte Animationen oder Simulationen. Die freie Werkzeugnutzung für die Schülerinnen und Schüler ist dort stark eingeschränkt, oft mit der Absicht, diese nicht zu überfordern. Mitunter liegt diesen Lernumgebungen aber auch der Wunsch zugrunde, die Überforderung der Lehrperson im Umgang mit divergenten Schülerergebnissen zu verhindern.

Konfrontiert man Schülerinnen und Schüler mit einem Modellierungswerkzeug (oder hinreichenden vielen Teilelementen), so ergibt sich eine andere Form der „Gradierung nach unten“: Der Lernprozess ist dadurch gekennzeichnet, dass die Schülerinnen und Schüler auf ihren Lernwegen zwischen den Ebenen springen: Mithilfe der Werkzeugkomponenten generiert sie immer wieder neue Situationen, die sie dann wie eine Simulation, eine Animation oder wie ein statisches Bild exploriert. Die Erkenntnisse münden dann wieder in eine Restrukturierung der Situation durch freie Verwendung der Werkzeugkomponenten. Wie dies im Einzelnen konkret beim Arbeiten mit einem Dynamischen Geometrie-System aussehen kann, soll im nächsten Abschnitt anhand eines Beispiels aufgezeigt werden.

1. Dynamische Geometrie-Systeme als Animation, Simulation und Modellierungswerkzeug

Weil Dynamische Geometrie-Systeme als Animation, Simulation oder Modellierungswerkzeug verwendet werden können, müssen die Lehrenden sich im Voraus überlegen, welche didaktische Zielsetzung sie verfolgen. Denn je nachdem auf welcher Nutzungsebene sie ihr Dynamisches Geometrie-System einsetzten, sollte die Lernumgebung dementsprechend zielgerichtet gestaltet und methodisch aufgearbeitet werden. Wichtig dabei ist, dass sowohl auf das werkzeugbezogene Vorwissen der Schülerinnen und Schüler, wie auch auf deren medialen Kenntnisse Rücksicht genommen wird, damit keine kognitive Überforderung (kognitive load) erfolgt. Das folgende Beispiel „Satz des Thales“ zeigt, wie solch ein Einsatz als Animation, Simulation und Modellierungswerkzeug aussehen kann und worin die wesentlichen Unterschiede liegen.

2. Dynamische Geometrie-Systeme als Animation

Beim Einsatz eines Dynamischen Geometrie-Systems in Form einer Animation liegt der Fokus auf der Handlungsebene, bei der die besonderen Eigenschaften von Winkeln, Längen oder Flächen entdeckt werden können. Diese kann an jeder beliebigen Stelle angehalten werden, wobei während des Ablaufs keine Parameter verändert werden können.

Sollen Schülerinnen und Schüler zum Beispiel herauszufinden, dass ein Dreieck ABC, dessen Punkt C auf einem Halbkreis über der Strecke AB liegt immer einen rechten Winkel besitzt (Satz des Thales), dann kann er dies in Form einer Animation tun.

Dazu konstruiert der Lehrende die gesamte Lernumgebung (Dynamisches Arbeitsblatt und Fragestellung) so, dass der Punkt C auf dem Halbkreis gebunden ist. Anschließend wird der Punkt C mit der Werkzeugkomponente „Animation“ verbunden. Die daraus resultierende Lernumgebung besitzt die Eigenschaft, dass bei einem Start der Animation der Punkt C sich nur auf der Bahn des Halbkreises animieren bzw. bewegen lässt.

Schülerinnen und Schüler, die sich mit solch einer Lernumgebung beschäftigen, können die Animation des Punktes C stoppen bzw. wieder neu starten. Ziel einer solchen Arbeitsphase ist es, dass Schülerinnen und Schüler mit Hilfe ihres Vorwissens und ihrer Erfahrung im Umgang mit einem DGS besondere Eigenschaften (z.B. Invarianten des Winkels) und Zusammenhänge beim Thaleskreis selbstständig entdecken. Vorteile eines solchen Einsatzes ist die starke Fokussierung der Schülerinnen und Schüler auf einen Zusammenhang und die Möglichkeit des Invarianzerlebens. Nachteile dieser Fokussierung sind allerdings das Schwinden des Beweisbedürfnisses (vgl. Winter, 1983) und die mangelnde operative Absicherung der Bedingungen dieses Phänomens („Ist der Zusammenhang umkehrbar? Was sind die Bedingungen für die Gültigkeit des Zusammenhangs?“)

3. Dynamische Geometrie-Systeme als Simulation

Möchte ein Lehrender, dass seine Schülerinnen und Schüler, den Satz des Thales nicht nur an einem einzigen rechtwinkeligen Dreieck untersuchen, so kann er seine Animation zu einer Simulation erweitern. Mit Hilfe des Zug-Modus lassen sich verschiedne Punkte am Dreieck A und B frei variieren, ohne dass sich die funktionalen Zusammenhänge der Konstruktion verändern. Bei dieser Art des explorativen Arbeitens kann dann entdeckt werden, dass der Satz des Thales z.B. für alle beliebigen Dreiecke gilt, deren Punkt C auf einem Halbkreis über der Strecke AB liegen.

Schülerinnen und Schüler, die es verstehen, mit Hilfe solch eine Simulation den Parameterraum zu erkunden, besitzen erste heuristische Fähigkeiten, um Problemlöseaufgaben erfolgreich bearbeiten zu können. Dabei können sie zu jeder Zeit die etwas offenere Simulation in eine Animation transferieren, indem sie gewisse Parameter konstant halten, um eventuell die zu beobachtenden Parameter zu reduzieren. Umgekehrt setzt diese Form der Animation aber voraus, dass gewisse Kompetenzen im technischen und im heuristischen Umgang mit dem Werkzeug bereits vorhanden sind.

4. Dynamische Geometriesysteme als Modellierungswerkzeug

Schülerinnen und Schüler, die die Navigation sowie die Werkzeugkomponenten eines Dynamischen Geometrie-Systems beherrschen, können dieses in einer noch offeneren Form verwenden. Bezogen auf das Beispiel des Thaleskreises würde dies bedeuten, dass Schülerinnen und Schüler die gesamte Konstruktion (oder Teilkonstruktionen) eines Thaleskreises selbst durchführen. Hierbei können vertiefte Einblicke in konstruktive und funktionale Abhängigkeiten gewonnen werden. Die didaktische Funktion einer solchen Gestaltung der Lernumgebung ist, dass die Schülerinnen und Schüler sich schon in der Konstruktionsphase mit den zentralen Aspekten der jeweiligen Problemsituation auseinandersetzen.

Nach Beendigung der konstruktiven Tätigkeiten können dann auf der Ebene der Simulation sowie auf der Ebene der Animation explorative Erkundungen durchgeführt werden. Entwickeln Schülerinnen und Schüler in solch einer Lernphase Vermutungen darüber, wie Veränderungen der Konstruktion zu neuen Zusammenhängen führen, so können sie diese mit Hilfe der Werkzeugkomponenten durchführen. Nach solch einer (Re)Konstruktion der Lernumgebung können sie diese mit dem Zug-Modus dann neu simulieren oder animieren. Schülerinnen und Schüler, die solche heuristische Arbeitsweisen verinnerlichen, verwenden somit ein Dynamisches Geometrie-System beim Lösen von Problemsituationen auf wechselnden Ebenen als Animation, Simulation oder Modellierungswerkzeug. Gerade der Wechsel zwischen den einzelnen Ebenen eröffnet den Schülerinnen und Schüler einen differenzierten und individuellen Lösungsweg für anspruchsvolle, offene Problemsituationen. Auf der Seite der Anforderung an die Schülerinnen und Schüler stellt sich jedoch das Problem, dass bereits ein erhebliches Vorwissen sowohl auf der Ebene der Werkzeugkompetenz als auch auf der Ebne der Problemlösestrategien vorausgesetzt werden muss. Die Herausforderung für die Didaktik des Mathematiklernens mit Neuen Medien besteht somit darin, diesen Weg der Schülerinnen und Schüler zu einer solchen Werkzeugnutzung sinnvoll und wirksam zu gestalten.

Literatur

Baptist, P. (Hrsg.). (2004). *Lernen und Lehren mit dynamischen Arbeitsblättern. Das Handbuch zur CD-ROM. Mathematik Klasse 7/8*. Seelze: Friedrich.

Barzel, B., Hußmann, St. & Leuders, T. (2005). *Computer, Internet & Co im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen.

Miller, C. & Ulm, V. (Hrsg.). (2006). *Experimentieren und Entdecken mit dynamischen Arbeitsblättern: Mathematik Sekundarstufe I.* Seelze-Velber: Friedrich.

Winter, H. (1983). Zur Problematik des Beweisbedürfnisses. *Journal für Mathematik-Didaktik, 4* (1), S. 59-95.