

Thilo HÖFER, Waiblingen

## Funktionales Denken fördern- Was, wann und wie fordern die Bildungsstandards verschiedener Bundesländer?

Im Dezember 2003 setzten sich die Kultusminister aller Bundesländer der BRD zusammen, und formulierten in der sogenannten Kultusministerkonferenz (KMK) für alle Bundesländer verbindliche Bildungsstandards für den mittleren Bildungsabschluss. In diesen Bildungsstandards werden sechs allgemeine mathematische Kompetenzen, sowie fünf sogenannte Leitideen formuliert. Betrachtet man speziell den Bereich des funktionalen Denkens, um den es in diesem Beitrag gehen soll, so fällt einem sofort *Leitidee 4: Funktionaler Zusammenhang* auf. In ihr wird innerhalb von zehn Punkten recht detailliert festgehalten, was die Schülerinnen und Schüler an allen deutschen Schulen bis zum mittleren Bildungsabschluss können sollen. War diese Konferenz also ein Aufbruch in eine neue Zeit, mit nahezu einheitlichen Bildungsplänen innerhalb Deutschlands?

### Ausgangspunkt und theoretische Grundlagen der Untersuchung

Die Frage, inwieweit sich die Bildungspläne für Gymnasien verschiedener Bundesländer nach der Formulierung der KMK-Bildungsstandards unterscheiden (können), wurde untersucht, indem ausgewählte Bildungspläne systematisch auf Forderungen zur Förderung funktionalen Denkens hin untersucht und miteinander verglichen wurden. Neben dem Stammbundesland der Untersuchung (Baden-Württemberg) wurden die Bildungspläne der „PISA-Spitzenreiter“ Bayern und Sachsen, sowie Berlin (sechsjährige Grundschule) ausgewählt. Die Analyse der Bildungspläne wurde auf der Grundlage des Analysemodells „Das Haus des funktionalen Denkens“ (Höfer 2008, vgl. Abbildung 1) erstellt.

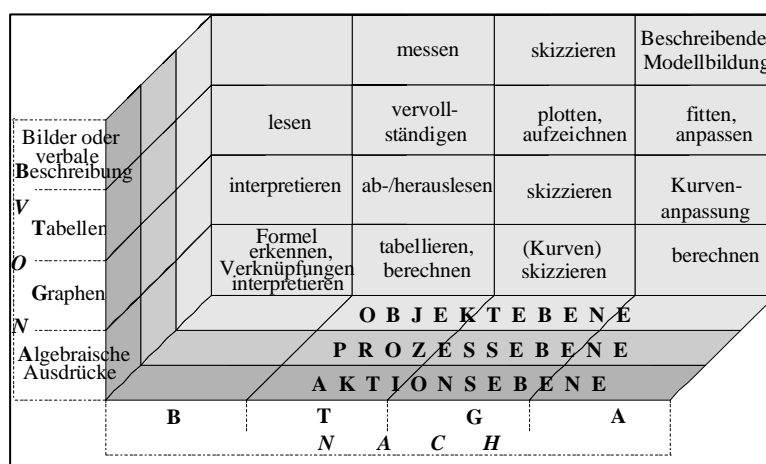


Abbildung 1: Das Haus des funktionalen Denkens (Höfer, 2008)

In diesem Modell werden die für funktionales Denken wichtigen Grundbausteine dargestellt. Innerhalb der Untersuchung wurden nun die Formulierungen der Bildungspläne interpretativ den einzelnen Bausteinen zugeordnet. Beispielsweise wurde die Forderung „Die Schülerinnen und Schüler können Zahlterme interpretieren und berechnen“ (BP BW, Klasse 6) den Übergängen auf Aktionsebene „algebraischer Ausdruck => verbale Beschreibung“ (*interpretieren*) und „algebraischer Ausdruck => Tabelle“ (*berechnen*) zugeordnet (ausführlichere Beispiele: vgl. Höfer 2008).

### **Ergebnisse der Untersuchung**

Bei der Analyse der Bildungspläne für die Klassenstufen 5 & 6 ergaben sich vorwiegend zwei Unterscheidungsmerkmale: Die Einführung von Variablen und die Behandlung der Prozessebene. Sowohl Baden-Württemberg, als auch Sachsen führen den Variablenbegriff (zumindest propädeutisch) schon ein, wie man an den folgenden Zitaten sehen kann:

BW 6: „Die Schülerinnen und Schüler können Zahlenmuster mithilfe von Termen und Gleichungen darstellen.“

Sa 6: „Die Schülerinnen und Schüler erkennen die Sinnhaftigkeit des Nutzens von Variablen beim Lösen von Aufgaben.“

In Bayern und Berlin findet man dagegen keine vergleichbaren Forderungen nach der formalen Schreibweise mithilfe von Variablen.

Wenn auch in allen vier Bundesländern der Schwerpunkt auf der Ausbildung der Aktionsebene liegt, so findet man in Baden-Württemberg und Berlin schon explizit erste Einblicke in Prozessebene formuliert:

BW: „Die Schülerinnen und Schüler können Abhängigkeiten dynamisch deuten.“

B: „Die Schülerinnen und Schüler können Bedingungen analysieren, verändern und Veränderungen beschreiben und erklären.“

Ähnlich deutliche Aussagen dazu sind in Sachsen und Bayern nicht zu finden.

Analysiert man die Bildungspläne der Stufen 7 & 8, so lässt sich zunächst feststellen, dass nun in allen Bundesländern eine Erschließung der Prozessebene stattfindet. Ebenfalls erhalten flächendeckend die Begriffe „Variable“ und „Funktion“ Einzug in die Bildungspläne. Der Hauptunterschied liegt in diesen Stufen in den Inhalten: Wird in Berlin lediglich die Behandlung linearer Funktionen gefordert, so sind es in Bayern und Sachsen lineare, ganzrationale und einfach gebrochenrationale Funktionen, und in Baden-Württemberg sogar noch Potenzfunktionen mit natürlichen Hochzah-

len. Außerdem bemerkenswert ist noch, dass in Sachsen ein erster Einblick in die Objektebene durch die Forderung erfolgt, dass die Schülerinnen und Schüler den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf den Graphen mit DGS, CAS, TK oder GTR untersuchen, sowie Graphen auf Symmetrien und Extrema untersuchen.

In den Klassen 9 & 10 werden in allen Bundesländern die Übersetzungsfähigkeiten auf Aktions- und Prozessebene komplettiert. Die entscheidenden Unterschiede findet man hier in der Ausbildung von Fähigkeiten zur Sicht einer Funktion als manipulierbares Objekt. So findet man in Berlin und Baden-Württemberg bereits die Differentialrechnung in den Bildungsplänen dieser Klassen. In Sachsen wird dagegen die Objektebene mithilfe von Umkehr-, verketteten und verknüpften Funktionen angestrebt. In den bayerischen Bildungsplänen findet man hierzu lediglich Parameterbetrachtungen, die in den anderen Bundesländern schon in den vorherigen Jahren eingeführt wurden.

Dass sich die aus den Bildungsplänen folgenden Anforderungen im Verlauf der letzten beiden Schuljahre wieder sehr stark einander annähern, kann nicht mehr mit den Beschlüssen der KMK begründet werden, da diese im Jahr 2003 explizit nur für den mittleren Bildungsabschluss formuliert wurden. Ein Grund dafür sind aber sicherlich die einheitlichen Prüfungsanforderungen für das Abitur (EPA), die länderübergreifend als Ziel für die allgemeine Hochschulreife angestrebt werden. Bemerkenswert ist hier lediglich, dass die tabellarische Darstellung auf dieser Stufe – mit Ausnahme von Berlin – keine Rolle mehr für die Bildungspläne der untersuchten Bundesländer mehr spielt.

## **Fazit**

Trotz der auf den ersten Blick scheinbar relativ eng geführten Vorgaben durch die Bildungsstandards aus der Kultusministerkonferenz, bringt die Untersuchung und der Vergleich eine erstaunlich heterogene Gestaltung der Bildungspläne aus den vier betrachteten Bundesländern hervor. Jeder Bildungsplan hat, wie es scheint, einen eigenständigen Charakter, der hier (in alphabetischer Reihenfolge) nochmals herausgestellt werden soll:

- Die Charakteristik des baden-württembergischen Bildungsplans liegt darin, dass die formale Schreibweise sehr früh eingeführt wird, und danach stets ein Schwerpunkt bleibt.
- Der bayerische Bildungsplan zeichnet sich durch einen „sanften“ Übergang aus von Grundschule aufgrund eines im Bereich der Anforderungen an die Entwicklung funktionalen Denkens langsamen Start in 5/6 aus. Nach einer „kleinen Aufholjagd“ in den Klassen 7/8 lässt man sich dann noch

einmal viel Zeit für die Ausbildung der Prozessebenen in 9/10. Die Zeit dafür gewinnt man dadurch, dass man Einblicke in die Objektebene, z.B. durch die Differentialrechnung u.ä., auf die letzten beiden Schuljahre verschiebt.

- Der Berliner Bildungsplan legt sehr viel Wert auf der Betonung einer Gleichgewichtung der vier Darstellungsformen. Hierfür wird sogar eigens ein Kompetenzbereich („Darstellungen verwenden“) formuliert.
- In Sachsen forciert man früher als in den anderen Bundesländern die Einführung verschiedenster Funktionsklassen. Ebenfalls „früh dran“ ist man bei der Ausbildung erster Fähigkeiten auf der Objektebene.

## Literatur

- Bildungspläne der Bundesländer Baden-Württemberg, Bayern, Berlin und Sachsen. Jeweils aktuelle Version (2007) auf der Grundlage der
- KMK (2003): Beschlüsse der Kultusministerkonferenz – Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss – Beschluss vom 04.12.2003. München: Wolters Kluwer Deutschland.
- Höfer, Th. (2008). *Das Haus des funktionalen Denkens – Entwicklung und Erprobung eines Modells für die Planung und Analyse methodischer und didaktischer Konzepte zur Förderung des funktionalen Denkens*. Hildesheim: Franzbecker.