Stefan-Harald KAUFMANN, Köln

Die Bedeutung des Parameterbegriffs für den Mathematikunterricht – Wissenschaftsorientiertes Übel oder didaktische Notwendigkeit?

„Ein Parameter ist fast das Gleiche wie eine Variable!“ Eine solche Aussage ist oberflächlich betrachtet nicht unbedingt falsch. Es stellt sich jedoch im Hinblick auf eine klare Abgrenzung von Begriffen in der Schulmathematik die Frage, ob und ggf. wie man diese beiden abstrakten und zueinander ähnlichen Objekte unterscheiden kann. In diesem Zusammenhang sollte untersucht werden, ob eine begriffliche Differenzierung im Mathematikunterricht möglich und notwendig oder ob eine Unterscheidung von Parameter und Variable für Schülerinnen und Schüler überflüssig ist.

Zur Erörterung dieser Problematik werden hier eine historische Kurzanalyse und die Verwendung in der Schulmathematik herangezogen.

Historische Kurzanalyse

Entgegen mancher Annahmen ist das Wort „Parameter“ kein „echtes“ griechisches Wort. Der Begriff „Parameter“ ist eine Komposition der beiden griechischen Wörter „para“ und „metron“ und kann frei mit „Nebenmaß“ übersetzt werden. Eingeführt wurde dieser Begriff von dem heute weniger bekannten französischem Mathematiker Claude Mydorge (1585-1647). Mydorges wissenschaftliche Leistung bestand in der Übersetzung und Vereinfachung griechischer Werke, z. B. der Kegelschnittslehre des Apollonios von Perge, in die damalige Gelehrtensprache Latein. Um die Darstellung jedem Gelehrten zugänglich machen zu können, definierte Mydorge zur Vereinfachung der Darstellung eine Reihe neuer an die griechische Sprache angelehnte Begriffe. Der Parameter ist einer dieser neuentworfenen Ausdrücke.

Mit einem Parameter bezeichnete Mydorge den Abstand von Leitlinie und Brennpunkt eines Kegelschnitts[1]. Dieser Abstand nahm aus Mydorges Perspektive die Funktion eines Nebenmaßes für die Schnittkurve eines Kegels mit einer Ebene ein, da der Abstand als Maß den Verlauf der Kurve beeinflusst. Eine Parabel kann beispielsweise in Normalform durch die Gleichung

$$y^2 = 2px$$

[1] Vgl. Mydorge, C. (1639), S. 3.

beschrieben werden. Der Parameter p beeinflusst die Streckung bzw. Stauchung der Parabel.

Im 17. Jahrhundert begannen einige Mathematiker, beispielsweise Leibniz und Newton, ihre Forschungen zur Untersuchung algebraischer Kurven. Der Parameter als beliebige konstante Größe einer algebraischen Gleichung 2. Grades räumte die Möglichkeit ein, sich nicht mehr auf eine spezielle Gleichung konzentrieren zu müssen, sondern vielmehr ganze Mengen von Gleichungen betrachten zu können. Diese Erkenntnis wurde von Leibniz 1683 zum ersten Mal schriftlich festgehalten[2]. In Anlehnung an Mydorge wird der Parameter aus seiner geometrischen Bedeutung heraus nunmehr auch als ein algebraisch abstraktes Objekt betrachtet, wie man es aus der Schulmathematik von Funktionen- bzw. Kurvenscharen kennt.

Einen weiteren entscheidenden Schritt für die Entwicklung des Parameters vollzog Euler 1748 in seiner „Introductio in analysis infinitorum[3]". Euler löst sich von der bis zu diesem Zeitpunkt üblichen Darstellung einer algebraischen Kurve durch eine algebraische Gleichung, indem er die Koordinaten x und y einer ebenen Kurve durch Funktionen beschreibt, die allesamt von der gleichen Variable abhängig sind. Diese Funktionsvariable wird im Zuge der mathematischen Entwicklung des 19. Jahrhunderts als Parameter bezeichnet. Durch diese Art der Kurvenbeschreibung wird eine Kurve „skaliert". Das bedeutet: Man ist in der Lage Abstände von Punkten auf der Kurve zu erfassen. Von diesem Standpunkt aus betrachtet erscheint es berechtigt die von Euler eingeführte Variable als „Nebenmaß" (Parameter) zu bezeichnen.

Die Verwendung in der Schulmathematik

Der Schwerpunkt der Schulmathematik hat sich in den vergangenen Jahrzenten von wissenschaftsorientierter Strukturmathematik zu realitätsbezogene anwendungsorientierte Mathematik gewandelt. Berücksichtigt man noch die Tatsache, dass die Vorbereitung auf ein Hochschulstudium im Mathematikunterricht durch die Übernahme möglichst vieler fachlicher Begriffe und Strukturen erreicht werden sollte, so erklärt sich das Auftreten fachlicher Begriffe in die Schulmathematik von selbst. In manchen Fällen ist es aus didaktischer Sicht jedoch fraglich, ob eine exakte Übernahme von fachlichen Ausdrücken zweckdienlich ist.

Der Parameterbegriff ist ein Beispiel für eine Bezeichnung, die für schulrelevante fachwissenschaftliche Inhalte in allen Bereichen übernommen wor-

[2] Vgl. Leibniz, Werke Band V (1858), S. 103.
[3] Vgl. Euler, L. (1748), S. 247ff.

den ist. Er taucht in allen Bereichen der Schulmathematik auf, die auf Ideen und Konzepte von Mydorge, Leibniz und Euler zurückgreifen:

- Analysis Sek. I und II, Lineare Algebra: Funktionenscharen und parameterabhängige Matrizen bzw. lineare Gleichungssysteme
- Analytische Geometrie: Parameterdarstellung von Geraden und Ebenen

Bei Funktionenscharen und parameterabhängigen Objekten wird die Idee von Leibniz bzw. Mydorge aufgegriffen eine ganze Menge von Objekten zu erfassen. Die Vorstellung eines Parameters als Hilfsmittel zur Beschreibung von Mengen kann auf die Gegenstände der analytischen Geometrie im Schulunterricht übertragen werden, wenn man Geraden bzw. Ebenen als Punktmengen auffasst. Dieser Zugang wird wegen seines relativ hohen Abstrahierungsgrades meist nicht gewählt. Aus diesem Grund wird der an Euler angelehnte dynamische Zugang zu Geraden als bewegter Punkt bevorzugt ausgewählt. Bei dieser Vorgehensweise wird ein Punkt (Stützvektor) festgewählt. Dieser Punkte wird dann durch Antragen eines Richtungsvektors verschoben. Der Richtungsvektor kann jede Länge und jede Orientierung annehmen. Folglich ist man in der Lage jeden Punkt auf einer Geraden zu erfassen bzw. zu erreichen.

Der Parameter erscheint in der Mathematik meistens als eine Art untergeordnete Variable. In der Parameterform einer Geraden hingegen nimmt der Parameter die Stellung einer Variablen ein, da er einerseits die einzige unbekannte variierende Größe dieser Darstellungsform ist und andererseits die dynamische Vorstellung, sofern diese von Schülern und Schülerinnen überhaupt erfasst wird, sehr an den Variablenbegriff von Funktionen erinnert.

Von diesem Standpunkt aus betrachtet existieren offenbar Situationen, in denen der Parameter nicht mehr von einer Variablen unterschieden werden kann. Das ist einer der Gründe, weshalb es schwierig bzw. unmöglich ist, den Parameter von einer Variablen exakt abzugrenzen.

Unternimmt man den Versuch, den Parameter didaktisch von einer Variable abzugrenzen, so lässt sich feststellen, dass der Parameter durchgehend bei der Erfassung von Objektmengen verwendet wird. Zur Beschreibung von Mengenbeziehungen wird der Funktionsbegriff benötigt. Das heißt: Aus fachwissenschaftlicher Sicht übernimmt der Parameter die Aufgabe einer Funktionsvariablen. Eine didaktische Abgrenzung von Variable und Parameter kann demnach nur erfolgen, wenn untersucht wird, welche Variablenaspekte[4] von Funktionsvariablen auf einen Parameter zutreffen. Wie sich bereits oben in der historischen Kurzanalyse angedeutet hat, ist die ernüchternde Antwort, dass der Parameter jeden Funktionsvariablenaspekt einnehmen kann.

In der Mathematik nimmt man diese Tatsache zur Kenntnis, sieht gleichzeitig aber kein wirkliches Problem. Der Parameter erscheint als situationsbezogene Variablenbezeichnung, die sich eingebürgert hat und ein elementarer Bestandteil der „Mathematikkultur" geworden ist. Man ist als Mathematiker intuitiv[5] imstande eine Unbekannte als Parameter oder als Variable einzustufen bzw. anzusehen.

Diese intuitive Kompetenz erfordert sehr viel Erfahrung im Umgang mit Mathematik. Es stellt sich die Frage, ob Schüler nach zehn Jahren Mathematikunterricht ein derartiges Fingerspitzengefühl für begriffliches Abgrenzen in der Mathematik entwickeln können. Aus diesem Grunde sollte die Einführung des Parameterbegriffs als Variablenbezeichnung in bestimmten Zusammenhängen zu Gunsten einer klar strukturierten Begriffsbildung im anwendungsorientierten Mathematikunterricht überdacht werden.

Literatur

Euler, L. (1748). *Introductio in analysis infinitorum Book II, translated by J. D. Blanton (1990).* Berlin/New York: Springer.

Leibniz, J. G. (1683). Compendium quadraturae arithmeticae. *Leibniz Werke, 3. Folge, Band V.* Halle (1858).

Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra*: mit vielen Beispielaufgaben. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg.

Mydorge, C. (1639). *Prodromi catoptricorum et dioptricorum sive conicorum operis ad abdita radii reflexi et refracti*. Paris.

Walz, G. (2002). *Lexikon der Mathematik Band 4.* Heidelberg/Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.

Tietze, U.-P. et al. (2000). *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II, Band 1 und 2*. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg.

---

[4] Vgl. Malle, G. (1993), S. 263ff.

[5] Vgl. Walz, Guido (2002), S. 146.

Als Beispiel wird hier die Funktionenmenge $\sigma(n,z)=\left(1+\frac{z}{n}\right)^n$

angeführt. „Wenngleich diese [Funktionen] formal Funktionen von zwei Variablen sind, so wird man doch „intuitiv" *n* als Parameter ansehen, der variiert wird, um das Verhalten der (von *z* abhängigen) Funktion σ zu studieren."