Miriam LÜKEN, Hannover

Muster und Strukturen – Bedeutung für den Schulanfang?!

Im mathematischen Anfangsunterricht werden Kinder nicht nur mit Zahlen, geometrischen Formen und Größen, sondern auch mit Mustern konfrontiert – und dies nicht erst seit „Muster und Strukturen“ zum neuen inhaltsbezogenen Kompetenzbereich in den Bildungsstandards avanciert und damit verstärkt in den Fokus gerückt ist. Im vorliegenden Beitrag wird ein Teilaspekt der Vielfalt an Strukturen betrachtet, denen Schulanfänger begegnen: nämlich Musterfolgen. Unter einer Musterfolge wird hier eine Folge aus Gegenständen, geometrischen oder farbigen Objekten verstanden, die nach einer bestimmten Regel wiederholt werden. Musterfolgeaufgaben sind Klassiker in den Schulbüchern der 1. Klassen. Relativ neu auf dem Markt sind hingegen Diagnosematerialien für den Schulanfang, mit denen die Zahlbegriffsentwicklung jedes Kindes erhoben werden kann. Neben mengen- und zahlenbezogenem Vorwissen, die nach neueren Untersuchungen Vorläuferfertigkeiten darstellen und Mathematikleistungen voraussagen können (vgl. Krajewski&Schneider 2006), gibt es auch hier mindestens eine Aufgabe zum Fortsetzen einer Musterfolge. Sowohl in an Lehrwerke angelehnte Gruppentests, in denen Musterfolgen meistens weitergezeichnet werden sollen (Abb. 1), sind sie zu finden, als auch in handlungsleitenden Diagnoseverfahren in Form eines Einzelinterviews, wie z.B. dem ElementarMathematischen BasisInterview (Peter-Koop u.a. 2007). Hier werden die Kinder im Vorschulteil aufgefordert, eine Reihe bunter Plastikbären (grün, gelb, blau, blau, grün, gelb, blau, blau) nachzulegen, fortzusetzen und zu erklären. Unklar bleibt allerdings, welche Erkenntnisse bezüglich der mathematischen Entwicklung des jeweiligen Kindes der Lehrer durch Bearbeiten dieser Aufgabe erhält. Welche Bedeutung hat es, wenn ein Kind eine Musterfolge nicht korrekt fortsetzen kann? Gibt es eventuell einen Zusammenhang zwischen der Fähigkeit, ein Muster weiterzuführen und zahlen- und mengenbezogenen Fähigkeiten? Und: Beruht der Einsatz von Musterfolgeaufgaben eigentlich auf empirischen Befunden? (vgl. Clarke u.a. 2008, 268ff)

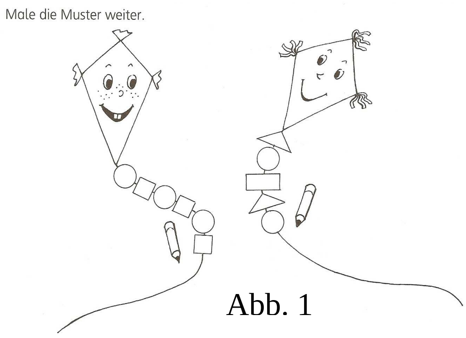

Abb. 1

Begründungen für Musterfolgeaufgaben

Die Sichtung einschlägiger Literatur zeigt ein Bild sehr unterschiedlicher Vorstellungen über die Funktion von Musterfolgeaufgaben, die allesamt nicht empirisch begründet sind. So sollen diese Aufgaben einen **leichten Zugang zu Mustern** ermöglichen (Steinweg 2001, 166) und beim bewussten Musterbilden wichtige **Vorerfahrungen** für das schulische Mathematiklernen gemacht werden (Peter-Koop&Grüßing 2007). Strukturierte Anordnungen konkreter Materialien führen nach Verboom (2006, 175) wie selbstverständlich zu **Zahlenfolgen**. Zudem würden die Grundtechniken des **Sortierens, Ordnens und Vergleichens** als wesentliche Voraussetzung für die Systematisierung von fachspezifischen Arbeitsweisen eingeübt. Laut Hoenisch&Niggemeyer (2004, 51ff) lernen Kinder mit Hilfe von Musterfolgen **Beziehungen und Zusammenhänge** zu **erkennen** und zu **verallgemeinern**, indem sie gegebene Informationen nutzen, um unbekannte Informationen vorherzusagen. Schließlich stelle das Fortsetzen von Folgen eine Fördermöglichkeit für **geometrisches Denken** dar. (Krauthausen&Scherer 2007, 60).

Ob das Fortsetzen einer Musterfolge tatsächlich ein Vorläufer so verschiedener Fähigkeiten wie dem Verallgemeinern oder dem Umgehen mit Zahlenfolgen ist, bleibt aufgrund fehlender Überprüfung ungewiss. Die genauere Analyse aktueller Schulbücher zeigt allerdings, dass es bei Musterfolgeaufgaben verschiedene Anforderungsniveaus und damit unterschiedliche Ansprüche an die Fähigkeiten der Kinder gibt.

„Statische“ versus „dynamische“ Musterfolge

Es lassen sich zwei Arten von Musterfolgen unterscheiden, die im Folgenden als „statisch“ (im Englischen *repeating pattern*) bzw. „dynamisch“ (*growth pattern*) bezeichnet werden. Am häufigsten zu finden sind zwei oder drei einzelne, sich abwechselnde Gegenstände, geometrische Objekte oder Farben (s. Abb. 1), die durch legen, ausmalen oder weiterzeichnen fortgesetzt werden sollen. Schon etwas weniger häufig sind Musterfolgen, bei denen ein Objekt mehrfach vorkommt (s. Abb.2). Hier müssen die Anzahlen der Folgenglieder (z.B. ein großes Dreieck, zwei kleine Dreiecke usw.) beachtet werden, damit das Muster fortgesetzt werden kann. Bei beiden beschriebenen Musterfolgen gilt es, eine Grundeinheit, sozusagen ein Grundmuster, zu finden, welches beim Fortsetzen der Musterfolge unverändert („statisch“) aneinandergereiht wird. Bei einer „dynamischen“ Musterfolge hingegen, die sehr selten in Schulbüchern vorkommt, verändert sich das Grundmuster bei der Wiederholung. Abb. 3 zeigt hierzu ein Beispiel: das Grundmuster „ein rotes und ein blaues Plättchen“ vergrößert sich bei jedem Folgeglied um ein rotes und ein blaues Plättchen. Das Muster könnte in die Zahlenfolge

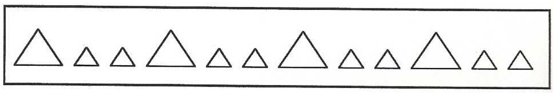

Abb. 2

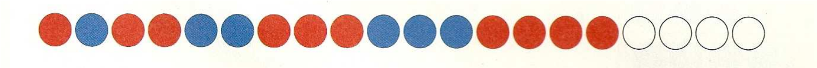

Abb. 3

1,1,2,2,3,3,4,4,usw. übersetzt werden. Eine arithmetische Analyse der Folgeglieder ist hier unumgänglich.

Hürden beim Fortsetzen einer Musterfolge

Untersuchungen von Steinweg (2001), Clarke u.a. (2008) sowie eine eigene Untersuchung zum Fortsetzen einer Musterfolge zeigen, dass zwischen 68% und 86% der Schulanfänger eine vorgegebene statische Musterfolge regelgerecht fortsetzen können. Die Frage, welche Fähigkeiten zum Fortsetzen eines Musters im intendierten Sinne benötigt werden, führte zu einer Analyse der Hürden, die beim Mustererkennungs- und -fortsetzungsprozess zu bewältigen sind. 74 Schulanfängern wurde hierzu eine Perlenkette mit fünf roten und fünf blauen Perlen – die hier im Hinblick auf Veranschaulichungsmittel des 1. Schuljahres als Musterfolge im Sinne „immer 5“, bzw. „immer die gleiche Anzahl“ interpretiert wird – vorgelegt und sie gebeten, diese zu beschreiben, nachzufädeln und das Muster fortzusetzen. Drei Phasen haben sich dabei herauskristallisiert:

1. Merkmale werden identifiziert und kategorisiert: *„Kugeln.“ „Ich sehe blaue Perlen und rote Perlen und eine schwarze Schnur.“ „Rot, blau.“ „Zehn!“ „5 in blau, 5 rote Perlen. Das sind 10.“*

2. Die Kategorien werden verglichen und wenn möglich geordnet, Beziehungen werden hergestellt: *„Links sind die roten und rechts die blauen Perlen.“ „Es sind gleich viele rote und blaue Perlen.“*

3. Die Erkenntnisse werden generalisiert, es findet ein Transfer statt: *„Immer so gleich weiter.“ „Noch mal so eine Reihenfolge.“ „Ich mach jede Sache 5.“*

Mit Hilfe des Osnabrücker Tests zur Zahlbegriffsentwicklung (van Luit u.a. 2001) wurde außerdem das Mengen- und Zahlenwissen der untersuchten Schulanfänger erhoben. Aus den Beobachtungen, dass die Kinder beim Bearbeiten der Musterfolgeaufgabe klassifizieren, ordnen und vergleichen, sowie der Tatsache, dass die Kinder – um die Musterfolge im Sinne von „immer gleiche Anzahl“ fortzusetzen – die Anzahl nicht genau bestimmen müssen, sondern ein Vergleich der Mächtigkeit mit Hilfe der Eins-zu-eins-Zuordnung genügt, ergab sich folgende Hypothese: Kinder, die eine Musterfolge regelgerecht fortsetzten können, besitzen ein größeres Vorwissen bezüglich Mengen, als die Kinder, die das Muster nicht richtig weiterführen. Dies hat sich empirisch bestätigt, allerdings gilt dies auch in Bezug auf das Zahlenvorwissen, hier ist der Unterschied im Vorwissen sogar noch größer.

Fazit

Musterfolgeaufgaben haben eine große traditionelle Bedeutung, ihr Einsatz beruht aber nicht auf empirischen Befunden. Die Analyse der Aufgaben hat allerdings gezeigt, dass durch die verschiedenen Arten von Musterfolgen durchaus unterschiedliche Fähigkeiten der Kinder angesprochen werden. Es gibt darüber hinaus keine empirischen Untersuchungen zur mathematischen Bedeutung von Musterfolgeaufgaben. Welche Denk- und Lernprozesse durch Musterfolgeaufgaben ausgelöst werden, ist weiterhin unklar und erfordert weitere Forschungsarbeit. Schließlich gibt es einen Zusammenhang zwischen der Fähigkeit eine Musterfolge regelgerecht fortzusetzen und mengen- und zahlenbezogenen Fähigkeiten. Die Kinder, die selbständig ein Muster fortsetzen können, sind auch diejenigen, die am Schulanfang mit größerem Vorwissen bezüglich Mengen und Zahlen starten.

Literatur:

Clarke, B., Clarke, D., Grüßing, M. & Peter-Koop, A. (2008). Mathematische Kompetenzen von Grundschulkindern: Ergebnisse eines Ländervergleichs zwischen Australien und Deutschland. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *3/4*, 259-286.

Hoenisch, N. & Niggemeyer, E. (2004). *Mathe-Kings*. Weimar: verlag das netz

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *53*, 246-262.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag

Peter-Koop, A., Wollring, B., Spindeler, B. & Grüßing, M. (2007). *ElementarMathematisches BasisInterview*. Offenburg: Mildenberger Verlag.

Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2007). *Mit Kindern Mathematik erleben*. Seelze: Lernbuch Verlag

Steinweg, S. (2001). *Zur Entwicklung des Zahlenmusterverständnisses bei Kindern: Epistemologisch-pädagogische Grundlegung*. Münster: LIT

van Luit, J., van de Rijt, B. & Hasemann K. (2001). *Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung*. Göttingen: Hogrefe-Verlag

Verboom, L. (2006). „Mir fällt auf: Du hast die 1 krumm geschrieben!“ In E. Rathgeb-Schnierer & al. (Hrsg.), *Wie rechnen Matheprofis?* (S.167-178). München: Oldenbourg

Abb.1 aus: Hacker u.a. (2005). *Lernstands-Diagnose als Basis zur individuellen Förderung*. S.9

Abb.2 aus: Steinweg (2001). S.153

Abb.3 aus: Wittmann & Müller (2004). *Das Zahlenbuch 1*. S.17