

Andreas OBERSTEINER, München

Können neurowissenschaftliche Methoden dazu beitragen, den Zusammenhang zwischen räumlichem Vorstellungsvermögen und Mathematikleistung zu klären?

Seit einigen Jahren ermöglichen neurowissenschaftliche Methoden die Erstellung von Bildern des Gehirns während geistiger Aktivitäten. Die Frage nach der Relevanz daraus gewonnener Erkenntnisse für die Lehr-Lern-Forschung wird seither kritisch diskutiert (z. B. Szücs & Goswami, 2007). Im vorliegenden Beitrag soll diese Frage am Beispiel des Zusammenhangs zwischen räumlichem Vorstellungsvermögen und mathematischen Leistungen im Bereich der Arithmetik exemplarisch erörtert werden. Dazu werden drei Perspektiven eingenommen, nämlich eine mathematikdidaktische, eine kognitionspsychologische und eine neuropsychologische Perspektive. Es wird versucht, die unterschiedlichen Erklärungsebenen aufeinander zu beziehen, wobei sich die Untersuchung mentaler Repräsentationen als zentraler Forschungsgegenstand herauskristallisiert. Abschließend soll diskutiert werden, was eine Untersuchung dieser Repräsentationen für die mathematikdidaktische Forschung beitragen kann.

1. Mathematikdidaktische Perspektive

Dass räumliches Vorstellungsvermögen für mathematische Leistungen von Bedeutung ist, wird etwa in Lehrplänen zum Mathematikunterricht angenommen und durch eine Reihe hauptsächlich älterer Studien belegt (Maier, 1999). Im Hinblick auf mathematische Leistung konzentrierten sich die Autoren häufig auf den Bereich der Geometrie, oder sie betrachteten allgemeine Mathematikleistung, ohne Inhaltsbereiche zu differenzieren. Der arithmetische Bereich wurde bisher meist vernachlässigt; eine Ausnahme stellt etwa der Beitrag von Lehmann und Jüling (2002) dar. Allerdings ergibt sich aus den bisherigen Untersuchungen noch kein eindeutiges Bild.

Eine eigene Untersuchung mit 69 Grundschulkindern (28 Mädchen und 41 Jungen) der 4. Jahrgangsstufe hatte das Ziel, speziell den Zusammenhang zwischen räumlichem Vorstellungsvermögen und Fähigkeiten in Arithmetik und Zahlvorstellung zu analysieren (Bründl, 2008). Als Messinstrumente dienten ein Test zum räumlichen Vorstellungsvermögen und ein Mathematiktest. Der Raumvorstellungstest umfasste 14 Items, die inhaltlich den Bereichen zur Raumvorstellung nach Maier (1999) *Räumliche Beziehungen*, *Veranschaulichung*, *Vorstellungsfähigkeit von Rotationen*, *Räumliche Orientierung* und *Räumliche Wahrnehmung* zugeordnet werden können. Der Mathematiktest (Cronbach- $\alpha = .801$) bestand aus insgesamt 25 Items,

deren Bearbeitung algorithmischen bzw. flexiblen Umgang mit Zahlen erforderte. Es ergab sich eine Korrelation von $r=.527$ ($p<.001$) zwischen den Summenscores der beiden Tests. Eine Korrelation in dieser Höhe ist erstaunlich, wenn man bedenkt, dass der Mathematiktest keinerlei Items zur Geometrie beinhaltete. Allgemein kann also auf der Ebene von Paper-Pencil-Tests ein relativ enger Zusammenhang zwischen diesen Bereichen angenommen werden.

2. Kognitionspsychologische Perspektive

In der Kognitionspsychologie hat man versucht, mit Hilfe von Reaktionszeitexperimenten Strategien für räumliches Denken zu identifizieren. Die Experimente von Shepard und Metzler (1971) etwa gelten als Beleg für die Analogie zwischen mentalen Prozessen und realen Raumhandlungen. Entsprechende Experimente wurden auch für Aufgaben zur Zahlvorstellung durchgeführt. Die Untersuchungen zum sog. *SNARC-Effekt*, *Distanzeffekt* oder *Größeneffekt* legen zum Beispiel eine räumliche Natur mentaler Zahlenrepräsentationen nahe. Die Reaktionszeiten verhalten sich bei entsprechenden Aufgabenstellungen so, als würden die Versuchspersonen auf mentale Zahlvorstellungen mit räumlichem Charakter zurückgreifen. Deshalb werden diese Experimente häufig als Beleg für gemeinsame psychologische Grundlagen räumlichen Denkens und Zahlvorstellung interpretiert. Für einen Überblick hierzu sei auf den Beitrag von Hubbard et al. (2005) verwiesen, der entsprechende Ergebnisse zusätzlich mit neurowissenschaftlichen Befunden in Beziehung setzt.

3. Neuropsychologische Perspektive

Schließlich liegen auch zahlreiche Studien aus der Hirnforschung vor, welche auf Grund ähnlicher Aktivierungsmuster beim räumlichen und beim mathematischen Denken auf gemeinsame neuronale Netzwerke schließen lassen. Für mathematisches Denken haben sich insbesondere Gehirnareale im parietalen Bereich des Gehirns als einflussreich erwiesen. Aktivierungen dieser Region konnten bei Rechenaufgaben und bei Aufgaben zum Abschätzen von Quantitäten nachgewiesen werden. Obwohl je nach Aufgabenstellung auch frontale Gehirnregionen involviert sind, gilt die besondere Rolle parietaler Regionen mittlerweile als gesichert (für einen Überblick vgl. Kucian & von Aster, 2005). In einer eigenen Studie mit bildgebenden Verfahren konnten wir darüber hinaus zeigen, dass die Dauer der Aktivierung in parietalen Gehirnregionen beim Lösen zweistelliger Additionsaufgaben von der Präsentationsform der Aufgaben und vom Alter der Versuchspersonen abhing (Dresler et al., in Vorb.). Schülerinnen und Schüler der 4. Jahrgangsstufe zeigten längere Aktivierungen als Schüler der 8.

Jahrgangsstufe. Andere Studien belegen die Bedeutung parietaler Regionen für mentale Rotationsaufgaben (z. B. Hugdahl et al., 2006). Parietale Hirnregionen spielen also sowohl beim Rechnen als auch beim räumlichen Denken eine wesentliche Rolle.

4. Mentale Repräsentationen als verbindendes Element

In den obigen Ausführungen wurden Zusammenhänge zwischen räumlichem Denken und mathematischen Fähigkeiten auf unterschiedlichen Erklärungsebenen angedeutet. Um diese unterschiedlichen Perspektiven sinnvoll aufeinander beziehen zu können, ist es nach Szücs & Goswami (2007) notwendig, zunächst einen gemeinsamen theoretischen Rahmen zu erarbeiten, innerhalb dessen die Ergebnisse adäquat interpretiert werden können. Es sollte betont werden, dass keine vorschnellen Schlüsse gezogen werden dürfen. Ein Bindeglied scheint die Untersuchung der mentalen Repräsentationen zu sein, die dem räumlichen Denken einerseits und dem Umgang mit Zahlen andererseits zu Grunde liegen (Szücs & Goswami, 2007). Die Art der mentalen Repräsentationen könnte Erklärungsmuster für alle drei Ebenen liefern.

5. Diskussion

Es deutet einiges darauf hin, dass sich ein ausgeprägtes räumliches Vorstellungsvermögen positiv auf die mathematische Leistungsfähigkeit auswirkt und dass dies auch für arithmetische Fähigkeiten gilt. Neurowissenschaftliche Untersuchungen unterstützen diese These durch die Identifikation ähnlicher Gehirnareale für beide Bereiche. Lorenz (1992) nimmt an, dass möglicherweise ähnliche mentale Prozesse beim Lösen räumlicher und arithmetischer Aufgaben beteiligt sind. Für räumliche Aufgaben spielen vor allem verbal-analytische und räumlich-visuelle Strategien eine wesentliche Rolle. Die Identifikation verschiedener Strategien ist hier ein wichtiges Forschungsziel, stößt aber an methodische Grenzen (Grübing, 2005). An diesem Punkt können neurowissenschaftliche Methoden weiterhelfen. Sohn et al. (2004) konnten belegen, dass es grundsätzlich möglich ist, verschiedene kognitiven Prozesse anhand von Gehirnaktivierungen zu unterscheiden, obwohl die Aufgabenstellung wie auch die Reaktionszeiten identisch sind. Hier zeichnet sich die Möglichkeit ab, Denkprozesse auf unterschiedlichen Ebenen zu charakterisieren. Um die zu Grunde liegenden mentalen Repräsentationen zu beschreiben, müssen neurowissenschaftliche Erkenntnisse zunächst auf psychologischer Ebene adäquat interpretiert werden. Für die mathematikdidaktische Forschung ist die Untersuchung mentaler Repräsentationen von großer Bedeutung. So hängt beispielsweise die Schwierigkeit von Textaufgaben mitunter davon ab, ob Schülerinnen und Schüler es

schaffen ein geeignetes mentales Modell der beschriebenen Situation aufzubauen. Ferner wird prinzipiell davon ausgegangen, dass mentale Repräsentationen auf Grund externer Repräsentationen entwickelt werden. Daraus ergibt sich auch eine praktische Bedeutung insbesondere für den mathematischen Anfangsunterricht. Mittlerweile gibt es zahlreiche Versuche, die Lehr-Lern-Forschung mit Neurowissenschaften zu verbinden. Die Entwicklung eines Forschungsbereichs, welcher die Untersuchung mentaler Repräsentationen zum Gegenstand hat und wie ihn Szücs und Goswami (2007) vorschlagen, scheint hierfür ein fruchtbarer Ansatz zu sein.

Literatur

- Bründl, M. (2008). *Der Zusammenhang zwischen dem räumlichen Vorstellungsvermögen und der Zahlvorstellung - Eine Untersuchung in Jahrgangsstufe 4*. Unveröffentl. Examensarbeit. München.
- Dresler, T., Obersteiner, A., Schecklmann, M., Vogel, A. C. M., Ehlis, A., Richter, M. M., Plichta, M., M., Reiss, K., Pekrun, R., Fallgatter, A. J. (in Vorb.). Arithmetical tasks presented in different representation format and its influence on behavior and brain oxygenation as assessed with near infra-red spectroscopy (NIRS): A study involving primary and secondary school children.
- Grüßing, M. (2005). Räumliche Kompetenzen und Mathematikleistung. *Sache - Wort - Zahl*, 33 (71), 41-48.
- Hubbard, E.M., Piazza, M., Pinel, P., Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, 6, 435-448.
- Hugdahl, K., Thomsen, T., Erslund, L. (2006). Sex differences in visuo-spatial processing: An fMRI study of mental rotation. *Neuropsychologia*, 44, 1575-1583.
- Kucian, K. & von Aster, M. (2005). Dem Gehirn beim Rechnen zuschauen. Ergebnisse der funktionellen Bildgebung. In M. von Aster, & J.H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (S. 54-72). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Lehmann, W. & Jüling, I. (2002). Raumvorstellungsfähigkeit und mathematische Fähigkeiten - unabhängige Konstrukte oder zwei Seiten einer Medaille? *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 49, 31-43.
- Lorenz, J.H. (1992). *Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht. Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung*. Göttingen: Hogrefe.
- Maier, H. (1999). *Räumliches Vorstellungsvermögen. Ein theoretischer Abriss des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. Mit didaktischen Hinweisen für den Unterricht*. Donauwörth: Auer.
- Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171, 701-703.
- Sohn, M., Goode, A., Koedinger, K. R., Stenger, V. A., Fissell, K., Carter, C. S., Anderson, J. R. (2004). Behavioral equivalence, but not neural equivalence - neural evidence of alternative strategies in mathematical thinking. *Nature Neuroscience*, 7 (11), 1193-1194.
- Szücs, D. & Goswami, U. (2007). Educational neuroscience: Defining a new discipline for the study of mental representations. *Mind, Brain and Education*, 1(3), 114-127.