

Wolfgang SCHLÖGLMANN, Linz

## **Zur Bedeutung von Begriffen und Konzepten in der mathematikdidaktischen Forschung**

### **Einleitung**

Begriffen und Konzepten kommt in der mathematikdidaktischen Forschung eine wichtige Position zu. Dies ist schon daran zu erkennen, dass Beck & Maier (1994) Mathematikdidaktik als eine Textwissenschaft sehen und damit meinen, dass der Sprache eine zentrale Rolle sowohl in theoretischer Hinsicht, wie auch in der empirischen Forschung zukommt. Da Begriffe und Konzepte auch für die Mathematik große Bedeutung besitzen, beschäftigt man sich im Rahmen der Semiotik intensiv mit den damit in Zusammenhang stehenden Fragen. Den in der mathematikdidaktischen Forschung verwendeten Begriffen und Konzepten kommt nicht dieselbe Aufmerksamkeit zu, insbesondere nicht der Position der Forschungsmethoden, die auf diesen Konzepten beruhen.

### **Allgemeines über Konzepte**

Ein wesentlicher Aspekt der Mathematikdidaktik ist, wie bei anderen Wissenschaften auch, deren duale Natur, nämlich, dass Phänomene beschrieben werden, die im Folgenden auch erklärt werden sollen (Niss, 1999). Zur Beschreibung der Phänomene dienen der Mathematikdidaktik Begriffe und Konzepte als sprachliche Mittel. Aufgrund der Dualität müssen die Begriffe und Konzepte stets auch ein erklärendes Element beinhalten, das sich in den mit den Begriffen und Konzepten verbundenen Bedeutungen widerspiegeln muss. Um dies zu verstehen, ist es notwendig sich mit der Konstruktion von Bedeutungen näher zu beschäftigen. Da man sich in der Mathematik und der Mathematikdidaktik seit langem intensiv mit der Bedeutungskonstruktion von den in der Mathematik so wichtigen Zeichen beschäftigt, ist sinnvoll die in diesem Zusammenhang gewonnenen Erkenntnisse zu nützen und für das Problem der Bedeutungskonstruktion von mathematikdidaktischen Begriffen und Konzepten heranzuziehen.

In seiner berühmten Arbeit „Zeichen, Sinn und Bedeutung“ behandelte Frege die Frage der Bedeutung von Zeichen in der Mathematik, wobei er unter Bedeutung die objektive Idee eines Dings und mit Sinn die subjektive Interpretation durch eine Person in Bezug auf dieses Ding, das durch das Zeichen bezeichnet wurde, verstand (Steinbring, 2005). Steinbring modellierte den Prozess der Bedeutungskonstruktion mittels eines „epistemologischen Dreiecks“ mit Zeichen/Symbol, Objekt/Referenzkontext und Konzept als Ecken dieses Dreiecks, wobei die Bedeutung eines Zeichens, das

für sich keine Bedeutung besitzt, durch den Lernenden mit Unterstützung der Lehrkraft in einem Prozess der Vermittlung zwischen Zeichen/Symbol und Referenzkontext etabliert wird (Steinbring, 2005; 22).

Sfard (2008) greift für die Konzeptdefinition einen Vorschlag von Wittgenstein auf, der vor allem den diskursiven Aspekt betont.

A concept is a symbol with its use. (Sfard, 2008; 111)

Dieser Konzeptbegriff erweitert die Möglichkeiten Worten eine Bedeutung zu geben. So können z. B. emotionale Zeichen im Diskursprozess ebenfalls dazu beitragen, dass einem Wort oder Zeichen eine bestimmte Bedeutung zugewiesen wird. Symbole bedürfen aber stets der Interpretation und der Verallgemeinerung (Otte, 2005; 231). Wichtig ist es in diesem Zusammenhang zu bedenken, dass die in der mathematikdidaktischen Forschung verwendeten Begriffe und Konzepte kulturell produziert sind und damit sich ständig verändernde Hervorbringungen gemeinsamer menschlicher Anstrengungen sind (Sfard, 2008; 77). Für einen Diskursprozess ist es aber auch bedeutsam, dass die Teilnehmenden an einem Diskurs in eine Diskursgemeinschaft eingeführt werden müssen. Dies geschieht in der Regel dadurch, dass eine erfahrene Person neue Lernende in die Regeln und Bedeutungen einführt (Lave & Wenger, 1991).

Für die Bedeutungskonstruktion weisen Lakoff und Nunez auf die wichtige Rolle von Metaphern hin:

One of the principal results in the cognitive science is that abstract concepts are typically understood, via metaphor, in terms of more concrete concepts. This phenomenon has been studied scientifically for more than two decades and is in general as well established as any result in cognitive science (though particular details of analysis are open for further investigations). One of the major results is that metaphorical mappings are systematic and not arbitrary. (Lakoff and Nunez, 2000; 40 – 41)

Ich möchte die Problematik am Beispiel des Beliefkonzepts verdeutlichen, wobei ich nur zwei Definitionen herausgreife:

Beliefs (internal representations to which the holder attributes truth, validity, or applicability, usually stable and highly cognitive, may be highly structured) (Goldin, 2002; 61)

Students' mathematics-related beliefs are the implicitly or explicitly held subjective conceptions students hold to be true about mathematics education, about themselves as mathematicians, and about mathematics class context. These beliefs determine in close interaction with each other and with students' prior knowledge their mathematical learning and problem solving in class. (Op't Eynde, De Corte and Verschaffel, 2002; 27)

Betrachten wir diese beiden Beschreibungen von Beliefs so finden wir Schlüsselworte – Intensität, Stabilität, Struktur und Wahrheit – die helfen sollen dem Konzept Bedeutung zu geben. Intensität ist im Affektbereich eine häufig verwendete Metapher um über die Worte “heiß” oder “kalt” physische Zustände zu beschreiben (Lakoff and Nunez, 2000; 41). Stabilität und Gleichgewicht sind ebenfalls Metaphern aus dem physikalischen Bereich, während Wahrheit und Struktur eher auf die Logik verweisen. Insgesamt werden im Zuge der “Definition” zwar andere Worte und Begriffe verwendet, jedoch entkommen wir damit dem Problem nicht, da auch diese Begriffe über keinen Referenzkontext verfügen, d. h. sie bekommen ihre Bedeutung über Metaphern und den aufgebauten Assoziationen. Sfard (2008) bezeichnet das mit der Objektivierung zusammenhängende Problem, dass wir oft Metaaussagen, das heißt Aussagen über den Diskurs, so interpretieren als wäre es Aussagen über Objekte der realen Welt, als “ontologischen Kollaps” (Sfard, 2008; 57). Wir müssen uns aber im Klaren sein, dass wir dieses Problem nicht vermeiden können, da die in der mathematikdidaktischen Forschung verwendeten Konzepte und Begriffe nicht auf einen Referenzkontext verweisen können, sondern deren Bedeutung im Diskurs entwickeln müssen und dabei an Begriffe und Konzepte gebunden sind, die ebenfalls Diskursobjekte sind.

Ein weiteres Problem ergibt sich durch die Notwendigkeit der Entwicklung von Messinstrumenten für Konzepte. Messen erfordert immer eine Operationalisierung eines Konzeptes. Bei Fragebögen ist die Bedeutung des Konzeptes in Form von Fragen oder einfachen Statements zu formulieren, die dann entweder zu beantworten oder zu bewerten sind. Natürlich sind die formulierten Fragen deutlich konkreter, als es die Konzeptbeschreibungen sind und daher werden die Messinstrumente zu einem wichtigen Teil des jeweiligen Konzeptes, in einem gewissen Sinne sind sie die Realisierung des Konzeptes. (Man denke in diesem Zusammenhang an das Konzept “Mathematical Literacy” das die PISA – Studie verwendet. Hier werden dann die zu bearbeitenden Aufgaben zum Konzept, denn diese werden als Konkretisierung des Konzeptes in der Messung wirksam). Eine analoge Situation ergibt sich auch, wenn qualitative Methoden eingesetzt werden, denn diese Methoden verwenden häufig Texte (Protokolle von Interviews und Unterrichtsbeobachtungen, Essays, Transkripte, etc.) als Grundlage und in der Interpretation ist es notwendig z. B. nach Schlüsselworten, die in Zusammenhang mit dem Konzept stehen, zu suchen.

Grundsätzlich gibt es keine Möglichkeit diese Situation zu vermeiden. Dessen sind sich die Forscherinnen und Forscher auch bewusst und

verwenden daher häufig mehrere Forschungsmethoden, um dadurch eine Verbreiterung der Informationsbasis über das untersuchte Phänomen zu erreichen und damit in einem gewissen Sinne das Definitionsproblem zu überwinden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin in einem Diskursprozess eine Präzisierung der Konzeptdefinition zu entwickeln, um so zumindest innerhalb der Forschungsgemeinschaft weitgehende Übereinstimmung zu erzielen, was unter einem bestimmten Konzept zu verstehen ist. Diese Präzisierung muss dann auch in der Weiterentwicklung der Messinstrumente ihren Niederschlag finden.

## Literatur

- Beck, C. & Maier, H. (1994). Mathematikdidaktik als Textwissenschaft. Zum Status von Texten als Grundlage empirischer mathematikdidaktischer Forschung. *Journal für Mathematikdidaktik*, 15, 35 – 78.
- Goldin, G. A. (2002). Affect, meta - affect, and mathematical belief structures. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 59 – 72.
- Lakoff, G. and Nunez, R. E. (2000). *Where Mathematics Comes From*. Basic Books.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Niss, M. (1999). Aspects of the Nature and the State of Research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics* 40, 1 – 24.
- Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). Framing Students' Mathematics-Related Beliefs. In: G. C. Leder, E. Pehkonen & Günter Törner (2002): *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht/ Boston/ London. Academic Publishers. 13 – 37.
- Otte, M. (2005) Meaning an Mathematics. In: Kilpatrick, J., Hoyles, C., Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). *Framing Students' Mathematics-Related Beliefs*. In: G. C. Leder, E. Pehkonen & Günter Törner (2002): *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht/ Boston/ London. Academic Publishers. 13 – 37.
- Skovsmose, O. and Valero, P. (Eds.). *Meaning in Mathematics Education*. New York. Springer, 231 – 260.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating. Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge, New York. Cambridge University Press.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction*. New York, Springer.