

Judith STANJA, Hildesheim

Repräsentationen stochastischer Inhalte in der Primarstufe

1. Stochastikunterricht in der Primarstufe

Heute stellt niemand mehr in Frage, dass Stochastik einer propädeutischen Behandlung in der Primarstufe bedarf. Deshalb wurde sie 2005 in den Bildungsstandards für das Fach Mathematik im Inhaltsbezogenen Kompetenzbereich „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ verankert .

Bereits 1976 stellte Winter folgende Forderungen an den Stochastikunterricht in der Primarstufe:

Die stochastischen Erfahrungen müssen unmittelbar einen Beitrag zur Welterschließung liefern. (S. 28)

Die Schüler müssen die Möglichkeit erhalten, durch eigenes praktisches Tun stochastische Erfahrungen zu sammeln und zu ordnen. (S. 31)

Der Lernbereich Stochastik sollte in der Grundschule kein eigenes Stoffgebiet darstellen, sondern primär als ein Aspekt (als Unterrichtsprinzip) den gesamten Mathematikunterricht durchziehen. (S. 33)

Aus ihrem Alltag bringen Kinder Erfahrungen zum Zufall mit in den Unterricht. Sie haben intuitive Vorstellungen zu stochastischen Inhalten, die jedoch stark an die subjektiven Erfahrungen gebunden und weitestgehend unreflektiert sind (vgl. insbes. Fischbein, Wollring). Da sich nach Fischbein die Handlungskompetenz vor der verbalen Kompetenz entwickelt, sind stochastische Kompetenzen von Kindern auch immer an geeignete Artikulationsunterstützungen gebunden. Stochastisch isomorphe Situationen werden i.A. von Grundschulkindern noch nicht erkannt (vgl. Wollring). Dazu passt die Aussage eines Mädchens der dritten Klassenstufe, das nach Versuchen mit einem symmetrischen sechseitigen Kreisel und einem Spielwürfel von einem „Riesenunterschied“ spricht.

Wie weit aber soll Grundschulstochastik gehen? Wie kann erfolgreicher Stochastikunterricht aussehen, der sowohl die genannten Voraussetzungen bei den Kindern berücksichtigt, als auch systematisch auf weiterführenden Stochastikunterricht vorbereitet. Denn mit der Einführung der Stochastik in die Primarstufe ist die Hoffnung verbunden, Einfluss auf die Entwicklung von Vorstellungen zu nehmen und insbesondere der Entwicklung und Verfestigung von Fehlvorstellungen entgegenzuwirken. Um dies zu erreichen, ist es sicherlich nicht hilfreich rein phänomenologisch vorzugehen. Aufgabe der Grundschulstochastik sollte es sein, den Kindern zu ermöglichen sich Übersicht über bedeutungsvolle stochastische Situationen zu verschaf-

fen, ihre Erfahrungen und Vorstellungen aufzugreifen, zu ordnen und zu reflektieren. Inwieweit das möglich ist, bleibt noch zu untersuchen.

2. Repräsentationen

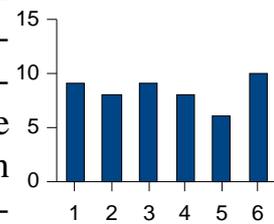
Das Wort Repräsentation kommt aus dem Lateinischen von *praesentare*, was soviel bedeutet wie gegenwärtig machen oder vergegenwärtigen. Es geht darum etwas in das Zentrum der Aufmerksamkeit zu rücken. Verwendung findet das Wort in der Psychologie und der Semiotik. In der Psychologie werden mit Repräsentationen sowohl innere Abbilder als auch externe Darstellungen bezeichnet. Klassisch wird nach Bruner bei externen Darstellungen zwischen enaktiven, ikonischen und symbolischen Repräsentationen unterschieden. Eine der semiotischen Traditionen, die in der Mathematikdidaktik aufgegriffen werden, ist die erkenntnistheoretisch orientierte Semiotik von Peirce. Zentral ist die triadische Zeichenrelation „Objekt – Zeichen – Interpretant“. Zeichen haben bei Peirce repräsentierende und erkenntnistheoretische Funktion (vgl. Hoffmann). Die Bedeutung für die Didaktik der Stochastik ergibt sich daraus, dass stochastische Inhalte abstrakt und nicht direkt aus der wahrnehmbaren Erfahrungswelt ableitbar sind. Sie sind nur durch Repräsentationen zugänglich und kommunizierbar. Noch interessanter werden Repräsentationen, da sie das Lernen, Verstehen und das Lösen von Problemen beeinflussen können (vgl. die Arbeiten von Koerber, Wassner u.a.).

In der Grundschule sind die Repraesentationsmöglichkeiten aufgrund des Entwicklungsstands der Kinder zunächst eingeschränkt. Beispielsweise können Wahrscheinlichkeiten nicht durch Brüche angegeben werden. Möglicherweise müssen sogar neue Repräsentationen für die Grundschule entwickelt werden. Kurz-Milcke und Martignon schlagen natürliche Häufigkeiten (z.B. „2 von 5“ Äpfeln) und enaktive Repräsentationen mit modellhaften Charakter (z.B. Steckwürfel, die Individuen repräsentieren) vor. Ergänzend können sprachliche Repräsentationen zur qualitativen Beschreibung von Wahrscheinlichkeiten für Ereignisse (mit Begriffen wie „sicher“, „möglich“, „nie“) und von zufälligen Situationen hinzugefügt werden. Aber auch ikonische Repräsentationen spielen beispielsweise bei der Veranschaulichung von empirischen und idealisierten Verteilungen eine wichtige Rolle. Im Folgenden soll ausgehend von einem Beispiel auf einige offene Fragen hingewiesen werden.

3. Ein Beispiel und offene Fragen

Während eines Schulpraktikums in einer 3. Klasse konnte ich Folgendes in einer Unterrichtsstunde zur Gleichverteilung beim Würfel beobachten:

Die Kinder machten zum Würfeln Aussagen wie: „Die „6“ ist am schwersten.“, „Man kriegt nie die Zahl, die man will.“, „Das kommt darauf an...“. Auf die Frage, wie man denn herausfinden könnte, ob die „6“ am schwersten ist, antworteten die Kinder mit „Ausprobieren!“. Es folgten Würfelexperimente in Kleingruppen. Die Ergebnisse wurden in gezeichneten Säulendiagrammen festgehalten und sollten nun diskutiert werden. In den Säulendiagrammen waren die Würfelergebnisse in absoluten Häufigkeiten dargestellt. Das nebenstehende Diagramm soll der Veranschaulichung dienen. In einer solchen Darstellung fehlt die Normierung der Daten. Die SchülerInnen sehen in einem solchen Diagramm dann auch vor allem die Unterschiede der absoluten Häufigkeiten ohne sie auf die Gesamtzahl der Würfe zu beziehen. Dies führte in der Unterrichtsstunde zu einem Konflikt, der sich dadurch erklären lässt, dass hier eine Repräsentation einer empirischen Verteilung vorliegt. Intendiert war jedoch das Erkennen der idealisierten Verteilung. Für die Kinder war die „5“ am schwierigsten zu würfeln. Da in allen Gruppen die „5“ am wenigsten gewürfelt wurde, führte auch ein Vergleich mehrerer Diagramme nicht zum Ziel. Die unterrichtende Studentin versuchte den Konflikt zu lösen, indem sie davon sprach, dass alle Zahlen „ungefähr gleich oft“ geworfen wurden. Hier stellt sich sofort die Frage, was das denn eigentlich heißen soll und wann das so ist - vor allem, wenn man auch an andere Verteilungen wie etwa die der Augensummen zweier Würfel denkt. Auch der Vorschlag die absoluten Häufigkeiten zu „runden“ ist nicht vertretbar. Die Gleichverteilung wurde in dieser Unterrichtsstunde von den Kindern nicht erkannt und die zu Beginn der Stunde geäußerten Vorstellungen blieben unreflektiert.¹



Worauf macht dieses Beispiel aufmerksam? Das Erkennen der idealisierten Verteilung aus einer im Säulendiagramm dargestellten empirischen Verteilung ist im Falle der Gleichverteilung ein besonders schwieriges Unterfangen. Es ist nur möglich, wenn die Gleichverteilung bereits bekannt ist und der Kontext (hier der Würfel) die entsprechenden Annahmen bereit hält. Entweder man wählt eine andere Repräsentation der Verteilung oder man muss das Problem der Gleichverteilung ganz anders angehen. Beispiele für andere Repräsentationen von Verteilungen sind der Ringrekorder von Wollring, das Blockdiagramm und Schaubilder:



¹ Gestützt wird dies durch die Auswertung einer Aufgabe zur Gleichverteilung beim Würfel, die in einer späteren Stunde in die Klasse gegeben wurde.

Die ersten beiden Darstellungen können sowohl empirische als auch idealisierte Verteilungen repräsentieren. Es wird der Bezug des Teils zum Ganzen sichtbar. Dadurch könnte die Idee der Normierung vorbereitet werden. (Natürliche Häufigkeiten stellen diesen Bezug ebenso her.) Schaubilder wie das obige repräsentieren idealisierte Verteilungen (hier eines zweiseitigen Würfels) und können dazu dienen, sich eine Übersicht zu verschaffen und Verteilungen weiter zu untersuchen. Interessant wäre auch, welche eigenen Darstellungen Kinder verwenden.

Fragen lassen sich vorerst so formulieren: Welchen Einfluss haben Repräsentationen auf die Begriffsbildung im Stochastikunterricht der Grundschule? Welche Repräsentationen können Begriffsbildungsprozesse unterstützen? Und welche Rolle spielen Repräsentationen bei der Reflexion von intuitiven Vorstellungen?

Literatur

- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht; Boston : Reidel.
- Hoffmann, M.H.G. (Hrsg.). (2003). *Mathematik verstehen – Semiotische Perspektiven*. Hildesheim: Franzbecker.
- Koerber, S. (2003). *Der Einfluss externer Repräsentationsformen auf proportionsales Denken im Grundschulalter*. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.
- KurzMilcke, Martignon, L. (2006). *Bunte Steckwürfel und Kärtchen in Haufen: Wege zu einer natürlichen Stochastik in der Grundschule*. In Meyer, J. (Hrsg.). *Anregungen zum Stochastikunterricht*, Tagungsband, 3, 204-223. Hildesheim: Franzbecker.
- Wassner, Ch. (2004). *Förderung Bayesianischen Denkens*. Hildesheim: Franzbecker
- Winter, H. (1976). *Erfahrungen zur Stochastik in der Grundschule (Klasse 1-6)*. *Didaktik der Mathematik*, 1, 22-37
- Wollring, B. (1994). *Fallstudien zu frequentistischen Kompetenzen von Grundschulkindern in stochastischen Situationen – Kinder rekonstruieren verdeckte Glücksräder*. In Maier, H., Voigt, J. (Hrsg.). *Verstehen und Verständigung*, IDM Reihe, 19, 144-181. Köln: Aulis.