Kinga SZŰCS, Jena

Problemlösen in der wirtschaftsmathematischen Ausbildung

Ziel dieses Beitrages ist es, an einem Beispiel deutlich zu machen, wie durch Anregungen zum Modellieren und Problemlösen auch in der kaum beachteten Fachhochschulausbildung Fachkompetenz und Motivation für relativ abstrakte mathematische Begriffe gefördert werden kann.

1. Rolle der Mathematik als Nebenfach an Fachhochschulen

Es ist ein wesentliches Ziel in der Fachhochschulausbildung, Fachkräfte auszubilden, die nicht nur auf ihrem Hauptgebiet kompetent sind, sondern den Erwartungen des Arbeitsmarktes in vielfältiger Weise genügen und bei Bedarf ihr Wissen immer wieder aktualisieren können. Daher spielt in der Fachhochschulausbildung neben der Entwicklung der Schlüsselkompetenzen (Kommission der Europäischen Gemeinschaften, 2005) und der Vermittlung fachlicher Kenntnisse auch die Förderung der Berufskompetenzen (Vgl. Wissenschaftsrat, 1999) eine entscheidende Rolle. In dieser komplexen Situation hat die Mathematik eine zentrale Funktion, da durch sie das logische Denken entwickelt werden kann, was wiederum zur Förderung mehrerer Schlüssel- und Berufskompetenzen[1] beitragen kann. Durch Modellieren und Problemlösen kann auch die Entwicklung der Fachkompetenz gefördert werden. In diesem Sinne sollte der Schwerpunkt im Mathematikstudium an Fachhochschulen insbesondere auf dem Problemlösen liegen (Vgl. Curdes, 2008). Die Praxis zeigt allerdings ein anderes Bild: Es ist zu bedauern, dass die Mathematik als Nebenfach an Fachhochschulen oft als Selektionsinstrument missbraucht wird, um die Überfüllung von Hochschulen zu verringern (Vgl. Roos, 1998).

Im Folgenden wird anhand eines ökonomischen Problems dargestellt, wie man sich einen praxisorientierten, und dennoch mathematisch anspruchsvollen Mathematikunterricht an Fachhochschulen vorstellen kann.

2. Ein Beispiel aus der Ökonomie

Folgende Aufgabe stammt aus einem Lehrbuch (Schöwe, Knapp, Borgmann, 1996) für Schüler der Sekundarstufe II mit Schwerpunkt Wirtschaft und Verwaltung:

---

[1] Mathematikunterricht trägt u. a. zur Förderung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Kompetenz bei, weiterhin zur Förderung folgender Berufskompetenzen: Motivation und positive Einstellung Aufgaben gegenüber, Problemlösefähigkeit, Kreativität, Selbständigkeit in den Anfangsentscheidungen, Lernen aus Fehlern, Entscheidungen treffen, Aufstellung von Strategien, Fokussierung auf Ergebnisse und konsequentes Durchführen von Prozessen. (s. o.)

„Ein Elektronik-Unternehmen geht pro Rechnungsperiode von einem Bedarf an 1,5-V-Batterien von 48000 Stück zum Bezugspreis von 1,-€ je Stück aus. Es rechnet mit Lagerkosten von 15% berechnet vom Wert des durchschnittlichen Lagerbestandes, und Bestellkosten von 100,-€ pro Bestellung.“

Es wird an dieser Stelle vorgeschlagen, den folgenden Arbeitsauftrag zu formulieren: *Ermitteln Sie die optimale Bestellmenge des Unternehmens!* Diese Formulierung kann die Aufgabe in mindestens zwei mathematische Richtungen öffnen, die im Folgenden kurz dargestellt werden und die einen Einblick in die mathematische Modellierung ermöglichen. Inwieweit die formulierte Aufgabe bereits eine Idealisierung des Problems beinhaltet, bzw. was aus Sicht des Unternehmens in dieser Situation als optimal gelten könnte, kann/soll im Unterricht zum Thema gemacht werden.

3. Lösungsansätze

1. Schritt: Analyse, Aufdeckung von Möglichkeiten

In diesem Schritt sollen insbesondere folgende Fragen beantwortet werden: Welche Parameter sind in dieser ökonomischen Situation festgelegt, welche sind variabel? Wo hat das Unternehmen einen Spielraum?

Die Analyse der Situation spielt bei jeder Art von Modellierung eine wichtige Rolle. Nach der Unterscheidung zwischen festen und variablen Größen ist allerdings für das Lösen des Problems die Erkenntnis entscheidend, dass alle variablen Größen von der Anzahl der Bestellungen pro Periode abhängen. Das Unternehmen kann also die Kosten beeinflussen, indem es die Anzahl der Bestellungen variiert.

2. Schritt: Vorwärtsarbeiten: Aus Gegebenem erste Folgerungen ziehen

Hier können durch Untersuchung konkreter Fälle Tendenzen erkannt und Hypothesen aufgestellt werden.

Da die Gesamtkosten im Falle von 1, 2, 3, 4 Bestellungen eine fallende Tendenz zeigen, könnte man vermuten, dass bei wachsender Anzahl der Bestellungen die Kosten immer weiter fallen. Es stellt sich die Frage, ob überhaupt ein Minimum der Gesamtkosten existiert. Es besteht offensichtlich ein *funktionaler Zusammenhang* zwischen der Anzahl der Bestellungen (also einer natürlichen Zahl) und den Gesamtkosten.

An dieser Stelle kann im Unterricht motiviert werden, den Begriff der Folge einzuführen bzw. Verknüpfung (konkret: Summe) von Folgen zu definieren. Der Kontext legt fernerhin nahe Folgen als spezielle Funktionen aufzufassen. Außerdem kann die Frage nach dem Minimum die Einführung „Beschränktheit“ und „Monotonie“ aus praktischer Sicht motivieren.

3. Schritt: Aufstellung eines diskreten mathematischen Modells

Bezeichnet *n* die Anzahl der Bestellungen, dann ergibt sich $K(n) = B(n) + L(n) = 100 \cdot n + \frac{48000}{2 \cdot n} \cdot 0{,}15 = 100 \cdot n + \frac{3600}{n}$ für die Gesamtkosten.

4. Schritt: Übersetzung der Fragestellung in die Sprache der Mathematik

Gesucht ist damit der kleinste Wert der Folge $K(n)$ - wenn er denn existiert.

5. Schritt: Lösung der mathematischen Aufgabe

Es stellt sich die Frage, wie eine unendliche aber diskrete Zahlenmenge auf ihr Minimum hin überprüft werden kann. Hierfür bieten sich u. a. folgende Ansätze an: [1] Abschätzung mit Hilfe des geometrischen und arithmetischen Mittels, [2] Überprüfung der Monotonie der Folge durch Differenzbildung, [3] Überprüfung der Monotonie durch Quotientenbildung.

6. Schritt: Auswertung des Ergebnisses, bzw. Übersetzung der Lösung der mathematischen Aufgabe in die Sprache der Wirtschaft

Die Gesamtkosten sind minimal, wenn 6 Bestellungen pro Periode erfolgen, die optimale Bestellmenge ist demnach 8000 Stück.

Nach dem 2. Schritt ist es durchaus denkbar, den funktionalen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Bestellungen und den entstandenen Kosten durch eine stetige Funktion zu modellieren. Diese Herangehensweise hat die Vorteile, dass die Definition von Verknüpfungen (Summe) von Funktionen und durch die Frage nach dem Minimum aus praktischer Sicht die Einführung der Begriffw Beschränktheit, Monotonie und Extremwerte von Funktionen motiviert werden kann. Weiterhin könnte man die Studenten motivieren, einen Zusammenhang zwischen Änderung im Monotonieverhalten und Existenz von Extremwerten herzustellen. Diese Stelle kann auch als Ausgangspunkt für die Einführung des Ableitungsbegriffs dienen. Die Bedeutung der Kurvendiskussion könnte an einem recht einfachen Beispiel klar werden. In diesem Fall sieht eine skizzenhafte Lösung folgendermaßen aus:

3. Schritt: Aufstellung eines stetigen Modells

Bezeichne *x* ($x \geq 1$) die Anzahl der Bestellungen, dann ergibt sich für die Gesamtkosten: $K(x) = B(x) + L(x) = 100 \cdot x + \frac{48000}{2 \cdot x} \cdot 0{,}15 = 100 \cdot x + \frac{3600}{x}$, $x \geq 1$.

4. Schritt: Übersetzung der Fragestellung in die Sprache der Mathematik

Gesucht ist damit der kleinste Wert der Funktion K: $x \rightarrow K(x)$, $x \geq 1$ (sofern er denn existiert).

5. Schritt: Lösung der mathematischen Aufgabe

Hierfür bieten sich folgende Ansätze an: [1] Ermittlung der Extremwerte der Funktion mithilfe der ersten und der zweiten Ableitung bzw. [2] Ermittlung des Monotonieverhaltens mithilfe der ersten Ableitung:

6. Schritt: Auswertung des Ergebnisses bzw. Übersetzung der Lösung der mathematischen Aufgabe in die Sprache der Wirtschaft

Die Kostenfunktion hat bei $x=6$ einen Tiefpunkt. Da die Anzahl der Bestellungen ganzzahlig sein muss, ist dieser Tiefpunkt mit zugehörigem Minimum akzeptabel. Die Gesamtkosten sind also minimal, wenn 6 Bestellungen pro Periode erfolgen, die optimale Bestellmenge ist 8000 Stück.

4. Anmerkungen

Die Aufgabe gibt nicht nur zum echten Problemlösen Anlass, sondern sie ermöglicht die Einführung von Begriffen (Folge, Monotonie, Beschränktheit, Verknüpfungen von Folgen) und kann somit grundlegende Konzepte der Analysis motivieren helfen. Weiterhin kann durch den Vergleich des diskreten und mit dem stetigen Modell der modellhafte Aspekt der Mathematik thematisiert werden. Die beiden Lösungsansätze geben Anstoß, die Frage der Übertragbarkeit auf andere Kontexte zu debattieren, sie führen also zur Thematisierung der Verallgemeinerbarkeit verschiedener mathematischer Ansätze und deren Grenzen. Eine Untersuchung von Variationen der Aufgabe (z. B. variable Parameter) kann weitere Zusammenhänge zwischen der Aufgabenstellung und dem Ergebnis aufdecken und führt zur weiteren Verallgemeinerung der Aufgabe bzw. der Lösungsansätze.

Literatur

Curdes, B. (2008). Genderbewusste Mathematikdidaktik an der Fachhochschule. In: Zeitschrift für Hochschulentwicklung 3, Nr. 2, 17-29.

Kommission der Europäischen Gemeinschaften (2005). Vorschlag für eine Empfehlung des Europäischen Parlaments und des Rates zu Schlüsselkompetenzen für lebenslanges Lernen. Brüssel, 2005/0221 (COD).

Roos, R. (1998). Weg von der traditionellen Mathematikvorlesung. Aktivierungsstrategien in der Mathematik. In: Schwarze, B., Webler, W-D. (Hrsg.), Lernen in Europa. Neue Anforderungen an die Ausbildung von Ingenieurinnen und Ingenieuren. Weinheim: Beltz Deutscher Studien Verlag, 221-234.

Schöwe, R., Knapp, J., Borgmann, R. (1996). Mathematik zur Fachhochschulreife. Kaufmännisch-wirtschaftliche Richtung. Analysis und lineare Algebra. Berlin: Cornelsen, 278.

Wissenschaftsrat (1999). Stellungnahme zum Verhältnis von Hochschulausbildung und Beschäftigungssystem. Würzburg, Drs. 4099/99.