

Karel TSCHACHER, Erlangen

Das W-Seminar Ein Angebot in der Oberstufe des G8 in Bayern

1. Bildungslandschaft Bayern

- 1.1. Das G 8 mit der neuen Oberstufe
- 1.2. Die Seminare

2. Das W-Seminar

- 2.1. Ziele, Aufbau, Zeitplan Auf einer Seite

http://www.isb-oberstufegym.de/userfiles/Die_Seminare/W-Seminar_auf_einer_Seite.pdf

- 2.2. Bewertung Leistungsmessung

<http://www.gymnasium.bayern.de/gymnasialnetz/oberstufe/seminare/w-seminar/leistungserhebung/beispiele/>

3. Hyperreelle Zahlen eine Alternative zur herkömmlichen Analysis

- 3.1. Ziel der Arbeit (Text 1)
- 3.2. Das Wesen der Mathematik
- 3.3. Wissenschaftspropädeutik
- 3.4. Infinitesimalrechnung und die hyperreellen Zahlen
- 3.5. Hyperreelle Zahlen im Schulunterricht
- 3.6. Mögliche Umsetzung als W-Seminar(Text 3)

4. Kegelschnitte am Computer

I Allgemeines

- I.1. Ein Überblick über die neue Oberstufe des Gymnasiums in Bayern
- I.2. “Kegelschnitte am Computer” als Thema im wissenschaftspropädeutischen Seminar (Text 2)
- I.3. Aufbau des wissenschaftspropädeutischen Seminars zum Thema Kegelschnitte

II. Begleitheft für Lehrkräfte

- II.1. Einführung in Cabri3D
- II.2. Einführung in DynaGeo

- II.3. Basiswissen
- II.4. Der Kegel
- II.5. Die Scheitelgleichung der Kegelschnitte
- II.6. Die Mittelpunktsgleichung
- II.7. Entartete Kegelschnitte
- II.8. Brennpunkte
- II.9. Leitlinien
- II.10. Der Zylinderschnitt
- II.11. Anwendungen der Kegelschnitte
- II.12. Die Seminararbeit (Text 4)
- II.13. Schriftliche Leistungserhebungen
- III. Begleitheft für Schüler "Kegelschnitte am Computer"

5. Zusammenfassung

Text 1 Ziel der Arbeit

In der vorliegenden Arbeit soll die Theorie der hyperreellen Zahlen, ein Teilgebiet der Nichtstandard-Mathematik, erklärt und für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe aufbereitet werden. Es werden einige Unterrichtseinheiten entworfen unter dem Aspekt einer möglichen Umsetzung in den neu entstandenen Seminarfächern, insbesondere dem so genannten W-Seminar. Dazu wird auch der vielschichtige und umfassende Begriff „Wissenschaftspropädeutik“ geklärt und auf die Intention eingegangen, die das Bayerische Staatsministerium für Unterricht und Kultus mit der Einführung eines solchen Seminars verbindet. Eine Hauptkomponente der wissenschaftlichen Kompetenz, die die Schüler des Lehrgangs bzw. Seminars erwerben sollen, ist die Fähigkeit des Beweisens. Dies und die Tatsache, dass das Gebiet „Nichtstandard-Analysis“ in der Mathematik historisch und philosophisch „vorbelastet“ ist, d. h. dass bzgl. ihrer Berechtigung und Gültigkeit lange kontrovers diskutiert wurde, lässt es auch wichtig erscheinen, zunächst das Wesen der Mathematik und die Philosophie, die sich hinter dem mathematischen Denken verbirgt, zu durchleuchten und detaillierter zu beschreiben.

Text 2 Seminararbeitsthemen

Im Folgenden sei noch kurz eine Liste möglicher Facharbeitsthemen vorgestellt, die die Schüler im Rahmen eines wissenschaftspropädeutischen Seminars bearbeiten könnten:

- Geschichte der Infinitesimalrechnung
- Philosophie der Mathematik
- Flächenberechnung nach Archimedes
- Näherungsverfahren
- Folgen und Reihen (hyperreell betrachtet)
- Die Zahlkörper \mathbb{Q} , \mathbb{R} , ${}^*\mathbb{R}$ (algebraische Betrachtung)
- Das Transferprinzip, interne Mengen
- Die Unendlichkeitsbrille (evtl. technische Umsetzung, Funktionsgraphen unter dem Mikroskop)
- Kurvendiskussion mit hyperreellen Zahlen
- Differentialgleichungen mit hyperreellen Zahlen
- Reelle und hyperreelle Beweise im Vergleich (Sätze)
- Gleichmäßige Stetigkeit
- Integration mit hyperreellen Zahlen
- Krümmungskreis
- Hyperreelle Zahlen in der Physik / in den Naturwissenschaften
- Computerprogramme für hyperreelle Zahlen (DERIVE, MAPLE)
- Hyperreelle Methoden in der Stochastik

Text 3 Warum soll man Kegelschnitte am Computer behandeln?

- Die Abbildungen von Kegelschnitten sind meist zweidimensional, der eigentlich doch wichtige und interessante Charakter einer Schnittfigur geht dabei völlig verloren.
- Im “computerfreien” Unterricht kann nur ein Modell des Kegels, eventuell mit Schnittebene, gezeigt werden, fast schon als Luxus muten Plexiglasmodelle mit den zum jeweiligen Kegelschnitt gehörigen Dandelinkugeln und Schnittebenen an. Zudem liegen diese Modelle meist nur in geringer Stückzahl vor, die Lehrkraft kann also lediglich kurz für die gesamte Klasse den Schnitt am Kegel demonstrieren, eingehendere Betrachtungen durch die einzelnen Schüler ihrer Lerngeschwindigkeit entsprechend sind fast unmöglich.
- Dreidimensionale, statische Abbildungen des Schnitts eines Kegels sind der Verständlichkeit wegen oft stark vereinfacht und trotzdem für den Schüler verwirrend.
- statische Abbildungen verwehren den erfahrbaren Zugang zu Zusammenhängen zwischen den einzelnen Kegelschnitten. Mit geeigneter Software können viele dieser Probleme, die die Einsichtnahme des Schülers in die Materie oft beeinträchtigen, vollständig beseitigt werden. Dies sei an folgenden Beispielen illustriert:
- Kegelschnitte können mit dynamischen Geometrie-Programmen wie Cabri3D oder Archimedes leicht als zweidimensionale Ergebnisse eines Schnitts von Ebene und Kegel im dreidimensionalen Raum begriffen werden. Der Schnittcharakter der Kegelschnitte bleibt erhalten und kann durch zweidimensionale Konstruktionen ergänzt werden.

- dynamische Geometrie-Software erlaubt es jedem Schüler, seinen eigenen Kegel eingehend von allen Richtungen zu betrachten, so dass das Verständnis des Schülers durch diese Anpassung an seine persönliche Lerngeschwindigkeit gefördert wird.
- Dreidimensionale Abbildungen des Schnitts eines Kegels können hier vollständig unvereinfacht vorliegen und bestimmte Objekte und Benennungen, je nach Belieben und Notwendigkeit, “sichtbar” oder “unsichtbar” gemacht werden.
- Durch den dynamischen Aufbau der Arbeitsblätter können die Kegel nicht nur, wie es schon beim Plexiglasmodell möglich ist, von allen Seiten betrachtet werden, sondern einzelne Punkte bewegt und damit auch die Lage des Kegels oder der Schnittebene im Raum verändert werden. So kann der Schüler zum Beispiel selbst durch Experimentieren den Übergang vom Kreis über Ellipse und Parabel zur Hyperbel herausfinden oder nachvollziehen.

Text 4 Seminararbeiten

- Polaren und Hüllkurven
- allgemeiner Kegel - allgemeiner Kegelschnitt
- “Die Dandelinschen Kugeln”
- Zylinderschnitte
- Kegelschnitte in 3D am Modell (Modellbau aus Styropor etc)
- Archimedes und die Quadratur der Parabel
- Geschichtliche Betrachtung der Kegelschnitte
- Projektive Kegelschnitte
- Kegelschnitte als Lösungen quadratischer Gleichungen
- die Rotationskörper der Kegelschnitte
- Kegelschnitte in der Physik
- Brückenbau mit Kegelschnitten
- Bau eines Parabolspiegels für Schallwellen
- Kegelschnitte in der Architektur
- Kegelschnitte in der Technik
- Spiegelteleskope - eine Erfolgsgeschichte
- Funknavigation - Wie funktionieren GPS, Loran und andere Navigationssysteme?
- Der Mathematische Garten - Kegelschnitte in der Landschaftsarchitektur
- Mathematik und Kunst am Beispiel der Kegelschnitte
- Die Ellipsenbahnen der Planeten unseres Sonnensystems

Literatur:

Fokus Mathematik Gymnasium Bayern, Seminare W und P Themenvorschläge mit Kopiervorlagen, Cornelsen, Berlin 2008

Die Seminare in der gymnasialen Oberstufe, ISB München, München, 2008

Aufbau eines wissenschaftspropädeutischen Seminars über Kegelschnitte mit dem Titel: “Kegelschnitte am Computer”, Angela Steffanides, Erlangen, 2008, nicht veröffentlicht.

Hyperreelle Zahlen - eine Alternative zur herkömmlichen Analysis -, Georg Willert Erlangen, 2008, nicht veröffentlicht.