

Sebastian WARTHA, Bielefeld

## **Rechenstörungen jenseits der Grundschule**

Der Umgang mit Kindern, die besonders schwerwiegende und lang anhaltende Probleme beim Lernen von Mathematik haben (diese Probleme werden in diesem Beitrag als „Rechenstörungen“ bezeichnet) wird von Schuladministration, Lehrkräften, Eltern und Fachdidaktik aktuell intensiv diskutiert. Interessanterweise beschränkt sich die Diskussion in Bezug auf Rechenstörungen fast ausschließlich auf den Primarbereich, obgleich es zahlreiche Hinweise darauf gibt, dass diese grundlegenden Probleme nicht mit der Grundschulzeit enden.

### **1. Fragestellung**

Wiederholt haben die Untersuchungen von PISA auf eine so genannte „Risikogruppe“ hingewiesen, der bei den Erhebungen von 2000, 2003 und 2006 zwischen 20% und 25% der Fünfzehnjährigen zugeordnet werden (Frey et al., 2007). An Hauptschulen gehört nahezu jeder zweite Schüler zu dieser Gruppe. Diese Schülerinnen und Schüler sind nicht in der Lage, typische mathematische Aufgaben für Ausbildungsplatzbewerber zu lösen (Klieme et al., 2003).

Inwieweit diese – am Ende der Sekundarstufe I festgestellten Defizite – mit Kompetenzen zusammenhängen, die in der Grundschule erworben werden, stellt eine Studie von Moser Opitz (2005) dar. Schüler „mit unterdurchschnittlichen Mathematikleistungen [in Klassen 5 und 8] haben den Basisstoff der ersten vier Schuljahre nicht oder nur teilweise erworben, und zwar trifft dies auf Schülerinnen und Schüler mit durchschnittlichem und unterdurchschnittlichem IQ in gleicher Weise zu“ (Moser Opitz, 2005, 124).

Die Erforschung von Risikofaktoren und Symptomen für Rechenstörungen in der Sekundarstufe steht jedoch erst am Anfang. Hier wird ein großes Forschungsdesiderat gesehen (Gaidoschik, 2008). In einer empirischen Untersuchung im Rahmen der Arbeit der Beratungsstelle für Rechenstörungen an der Uni Bielefeld wurden daher folgende Fragen an einer Hauptschulstichprobe untersucht:

- Inwiefern können Defizite in der Sekundarstufe auf mangelndes Wissen aus der Primarstufe zurückgeführt werden?
- An welchen Symptomen manifestieren sich diese Defizite?
- Welche Konsequenzen ergeben sich für die Diagnostik und Förderarbeit?

## 2. Symptome für Rechenstörungen

*Verfestigtes Zählendes Rechnen:* Beim (auch gestützten) Kopfrechnen im Zahlenraum bis 100 (oder 20) müssen Ergebnisse über Zählstrategien ermittelt werden. Eine Ablösung vom zählenden Rechnen ist nur möglich, wenn ein Repertoire an auswendig gewussten Aufgaben (z. B. Zahlzerlegungen bis einschließlich 10), die Fähigkeit zur quasisimultanen Zahlaufassung und -darstellung sowie ein Wissen über das Nutzen von Analogien ( $30 + 40 = 70$ , weil  $3 + 4 = 7$ ) vorhanden ist. Problematisch ist verfestigtes zählendes Rechnen, da es keine universelle und fortsetzbare Strategie ist, sich keine Zahlvorstellungen ausbilden und durch die Fehleranfälligkeit das Auswendiglernen von Aufgaben erschwert ist. Schüler, die sich vom zählenden Rechnen nicht lösen, müssen in größeren Zahlenräumen mit gelerten, aber in der Regel unverstandenen Hilfsstrategien arbeiten.

*Probleme beim Stellenwertverständnis:* Ein Verständnis des Aufbaus des dezimalen Stellenwertsystems ist die Grundlage für den Erwerb von operativen Strategien. Dieser wird u.a. im Deutschen dadurch erschwert, dass zweistellige Zahlen ab 13 invers (zunächst Einer, dann Zehner) gesprochen werden.

*Grundvorstellungsdefizite:* Grundvorstellungen ermöglichen das Übersetzen zwischen Realität, einer ikonischen oder enaktiven Darstellung und der mathematischen Symbolsprache. Ohne Grundvorstellungen zu den natürlichen Zahlen (z. B. Zahl als Mengenangabe) und den Rechenoperationen (z. B. Dividieren als Aufteilen) ist ein weiteres Lernen (z. B. Bruch als Anteil) auf Verständnisgrundlage nicht möglich.

Die Diagnosearbeit der Beratungsstelle für Rechenstörungen der Universität Bielefeld orientiert sich auch bei Schülern der Sek I oder bei Erwachsenen an diesen Symptomen. Sie erweisen sich als praktikable Leitlinie für eine Diagnostik, die mathematisches Wissen bis zur Einschulung zurück untersucht.

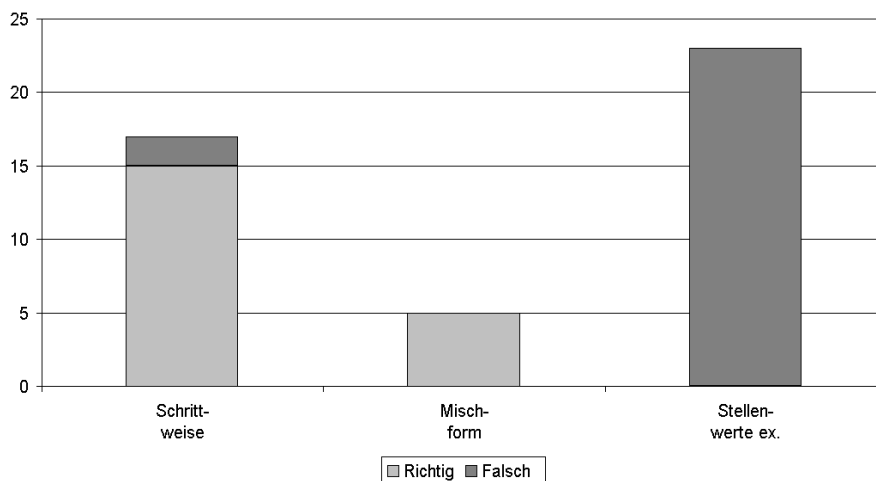
## 3. Ergebnisse einer Studie mit Hauptschülern

Im Juli 2007 wurde im Raum Bielefeld mit 45 Schülern einer Hauptschule am Ende des sechsten Schuljahres ein schriftlicher Test zum Bruchzahlbegriff und Rechnen mit Brüchen (12 Items) und halbstandardisierte Interviews zu Bruchzahlen (4 Items) und Grundschulwissen (25 Items) durchgeführt.

Die arithmetischen Kompetenzen der befragten Schülerinnen und Schüler streuen breit. Unter den Befragten befinden sich drei verfestigte zählende Rechner, die alle Additions- und Subtraktionsaufgaben im ZR bis 100 über

Zählverfahren lösen mussten. Stellvertretend ist hier die Wahl der Rechenstrategien bei der Subtraktion  $82 - 36$  dargestellt. Weniger als die Hälfte der Schüler konnte diese Aufgabe richtig bearbeiten.

82 - 36



Kein Schüler konnte mit der Strategie „Stellenwerte extra“ ein richtiges Ergebnis erzielen. Das ist verständlich, da negative Zahlen im Lösungsprozess [ $80 - 30 = 50$ ;  $2 - 6 = -4$ ;  $50 + (-4) = 46$ ] unvermeidlich sind, im Unterricht in der Regel jedoch noch nicht thematisiert wurden. Die Strategie „Stellenwerte extra“ ist eine charakteristische Ausweichstrategie für zählende Rechner, da die Ziffern der Stellenwerte zählend einfach verrechnet werden können. Wenn die Rechnung mit der Teilaufgabe  $80 - 30$  begonnen wurde, so fuhr fünf Schüler mit schrittweisem Rechnen fort („Mischform“) und gelangten zum richtigen Ergebnis. Lösungen mit schrittweisen Strategien (17 Schüler) wurden mit zwei Ausnahmen richtig gelöst. Die Bearbeitung dieser und anderer Aufgabe zeigt, dass der Stoff des zweiten Schuljahres von weniger als der Hälfte der Lernenden sicher beherrscht wird (vgl. Wartha & Güse, in Vorb.).

Die Defizite im aktuellen Stoff (Bruchrechnung) sind ebenfalls deutlich: Aufgaben, die die Aktivierung von Grundvorstellungen zu Bruchzahlen (z. B. das Einzeichnen eines einfachen Anteils in einen Kreis) erfordern, werden von höchstens einem Drittel der Schüler gelöst. Die Zusammenhänge zwischen den Bereichen lassen sich wie folgt charakterisieren:

- Schüler, die in der Bruchrechnung Grundvorstellungen aktivieren können, haben höchstens kleine Defizite im Stoff der GS.
- Schüler, die große Defizite im Primarbereich haben, können keine Grundvorstellungen zu Bruchzahlen aktivieren.

- Die Gruppe der Lernenden, die so gut wie keine Grundvorstellungen zu Brüchen aktivieren kann, ist zweigeteilt: Rund die Hälfte hat gleichzeitig große Probleme mit dem Stoff der Primarstufe, die andere Hälfte hat den Primarstufenstoff angemessen gelernt.

#### 4. Konsequenzen

Die Ergebnisse der Studie (ausführlich in Wartha & Güse (in Vorb.) dargestellt) haben Konsequenzen für die diagnostische Arbeit mit Kindern, die in der Sekundarstufe große Probleme beim Lernen von Mathematik haben. Neben aktuellen Inhalten des Unterrichts muss auch der Stoff der Primarstufe (insbesondere die unter 2. genannten Symptome) Gegenstand der Diagnose sein. Hierbei ist es unverzichtbar, dass die Prozesse, vor allem die Lösungsstrategien von nichtschriftlichen Verfahren im Mittelpunkt der Untersuchung stehen. Für die Förderarbeit schließt sich an, dass ein Üben am aktuellen Stoff bei Kindern, deren Probleme im Primarbereich liegen, höchstens kurzfristigen Erfolg bringen kann, oftmals sogar Probleme verstärkt, da subjektive Hilfsstrategien häufig fehlerhaft sind oder im weiteren Lernprozess eine Sackgasse darstellen. Vielmehr müssen zunächst die Grundlagen erarbeitet werden, die die Voraussetzungen für ein erfolgreiches Weiterlernen sind. Hier ist auch die Forschung und Schuladministration gefragt, indem verbindlich geklärt wird, welche Minimalstandards aus dem Primarbereich unverzichtbar sind und welche Inhalte der Sekundarstufe zu Gunsten der Aufarbeitung der Grundschulprobleme verzichtbar sind.

#### Literatur

- Frey, A., Asseburg, R., Carstensen, C., Ehmke, T., & Blum, W. (2007). Mathematische Kompetenz. In M. Prenzel, C. Artelt, J. Baumert, W. Blum, M. Hammann, E. Klieme, & R. Pekrun (Hrsg.) *PISA 2006. Ergebnisse der dritten internationalen Vergleichsstudie*. S. 249 – 275. Münster: Waxmann.
- Gaidoschik, M. (2008). „Rechenschwäche“ in der Sekundarstufe: Was tun? *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29 (3/4), 287-294.
- Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel, M., Reiss, K., Riquarts, K., Rost, J., Tenorth, H.-E., Vollmer, H.-J (2003). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards – eine Expertise*. Bonn: BMBF.
- Moser Opitz, E. (2005). Lernschwierigkeiten Mathematik in Klassen 5 und 8: Eine empirische Untersuchung. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbarsgebiete*, 73, 179-190.
- Schipper, W. (2002). Thesen und Empfehlungen für den schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 23 (3/4), 243-261.
- Wartha, S. & Güse, M. (in Vorb.). Rechenstörungen in der Sekundarstufe: Auswirkungen fehlenden arithmetischen Grundwissens im weiteren Lernprozess.