

Rainer H. KAENDERS, Universität zu Köln

Tom GORIS, FI, Universität Utrecht

Neugierig auf Mathematik: Wiskunde B-dag

Einleitung. Der Anspruch, Kreativität, aktives Problemlöseverhalten und Beziehungshaltigkeit im Mathematikunterricht entstehen zu lassen, formt eine immer währende Herausforderung für Lehrer und Schüler. Gerade auf dem Gebiet der Mathematik und ihrer Strukturen selbst ist es nach den Enttäuschungen der *New-Math* Bewegung alles andere als selbstverständlich, Schüler mit Begeisterung mathematische Strukturen als solche erforschen zu lassen, so dass sie dabei ihren eigenen authentischen Fragen nachgehen können. Der *Wiskunde B-dag* ist eines der wenigen Beispiele von Mathematikwettbewerben, bei denen versucht wird aktives und selbstständiges Erforschen mathematischer Strukturen für alle Schüler zu ermöglichen. In einer Kultur zunehmender regelmäßiger Leistungsüberprüfungen ist unserer Auffassung nach eine Aufgabekultur, in der Aspekte des Entdeckens und der aktiven Entwicklung von Mathematik zentral stehen, wichtiger denn je.

In verschiedenen anderen Schülerwettbewerben wird versucht, die selbstständige Beschäftigung mit Mathematik im Bereich der Problemlösung durch Modellierung zu erreichen. Beispiele hierzu sind etwa die *Modellierungswochen* an der TU Kaiserslautern, die *Mathematische Modelleer Competitie* an der Universität Maastricht, das Projekt *Diskrete Mathematik für die Schule* an der TU Berlin oder die vom Freudenthal Institut in Utrecht als internationaler Wettbewerb organisierte *Wiskunde A-lympiade*. Die *A-lympiade* ist das Pendant zum *Wiskunde B-dag* für Schüler, denen aller Voraussicht nach Mathematik später vor allem in Anwendungen begegnen wird (also in der Regel Grundkurs-Schüler). Der *Wiskunde B-dag* richtet sich dahingegen vornehmlich an Schüler, in deren weiterer Ausbildung die Mathematik selbst eine nicht unerhebliche Rolle spielen wird. Die Teilnahme an beiden Wettbewerben beschränkt sich nicht auf nur besonders gute Schüler: Eine Klasse nimmt als Ganze daran teil.

Für den *Wiskunde B-dag* sollen in diesem Beitrag Konzeption, Erfahrungen und Chancen sowohl in den Niederlanden als auch in NRW kurz beschrieben werden. Weitere Informationen finden sich auf den Webseiten [1], [2], [3], [4].

Die Organisation. Der *Wiskunde B-dag* wie auch die *A-lympiade* werden als internationaler Wettbewerb vom Freudenthal Institut der Universität Utrecht organisiert. In den Niederlanden wird der Wettbewerb seit 1999 durchgeführt und im letzten Jahr nahmen 170 Schulen daran teil. Seit 2005 findet

der *Wiskunde B-dag* auch in Flandern und in NRW statt. Von diesen Schulen nehmen 19 flämische und 25 nordrhein-westfälische Schulen am offiziellen Wettbewerb mit der Endausscheidung teil. Darüberhinaus gibt es eine nicht bekannte Zahl von Schulen, die den Wettbewerb in ihr Unterrichtsprogramm aufnehmen, ohne an den offiziellen Wettbewerbsaktivitäten teilzunehmen.

Beide Wettbewerbe regen durch ihre besondere Aufgabenstellung, ihre Bearbeitungsform und ihr Bewertungsverfahren Schülerinnen und Schüler in hohem Maße zu kreativem Umgang mit Mathematik an. Schüler arbeiten in Dreier- oder Vierergruppen an diesen Forschungsaufträgen, die auch als Facharbeiten eingesetzt werden können. Der *Wiskunde B-dag* wird am Freudenthal Institut in Utrecht in Zusammenarbeit mit Lehrern, niederländischen Universitäten und der Universität zu Köln in deutscher, niederländischer und englischer Sprache entwickelt. In NRW werden die Wettbewerbe vom Schulministerium veranstaltet. Die Aufgaben werden von der *Wiskunde B-dag*-Kommission, einer Kommission aus Lehrern, Professoren und Unterrichtsentwicklern konzipiert, die aus folgenden Mitgliedern besteht: Frits Beukers (Mathematisches Institut, Universität Utrecht), Leon van den Broek (Mathematisches Institut, Radboud Universität Nijmegen), Aad Goddijn (Freudenthal Institut, Universität Utrecht), Rainer Kaenders (Seminar für Mathematik und ihre Didaktik, Universität zu Köln), Henk van der Kooij (Freudenthal Institut, Universität Utrecht), Rob van Oord (Coenecoop College, Waddinxveen), Pieter Zwetsloot (Atheneum College, Hageveld).

Die Wettbewerbe bisher. Über die Inhalte der Wettbewerbe seit 1999 geben wir hier einen kurzen Überblick.

1999: Wie baue ich mein eigenes Mobilfunknetz? In diesem ersten Jahr bekamen die Schüler nach einer Einleitung über den Entwurf von Mobilfunknetzen die Gelegenheit, ihr eigenes Mobilfunknetz zu entwerfen und dessen qualitative und quantitative Vorzüge zu begründen. Der Kontext war so gewählt, dass sehr schnell die Struktur eines geeigneten mathematischen Modells im Mittelpunkt der Betrachtungen stand.

2000: Gibt es nie wieder eine totale Sonnenfinsternis? Eine Sonnenfinsternis ruft viele Fragen hervor, bei deren Beantwortung die Mathematik eine zentrale Rolle spielt. Diese Fragen formten den Kern dieses *Wiskunde B-dag*.

2001: Wie kommt man mit einem Jeep durch die Wüste? Diese logistische Frage führt sehr schnell zu Fragen der Geometrie der Ebene, die dort untersucht wurden.

2002: Es gilt $1+1=2$, aber wie geht's weiter? Eine *Rechenkette* für eine natürliche Zahl n ist eine steigende Folge natürlicher Zahlen, die beginnt mit 1 und endet mit n , wobei jede Zahl nach der Anfangszahl 1 die Summe zweier vorheriger Zahlen oder das Doppelte einer vorherigen Zahl ist. Zum Beispiel finden wir für 25 die Rechenkette: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25. Oder aber: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 24, 25. Die Untersuchung solcher Rechenkettens führte zu sehr verschiedenen nichttrivialen Untersuchungen bei den teilnehmenden Schülergruppen.

2003: Was kann man mit Kniestücken klempnern? Ein *Tangle* ist ein Kniestück von 90° eines Spielzeugsystems, bei dem geschlossene Raumkurven aus solchen Tangles zusammengesetzt werden können. Dies führt automatisch zu interessanten mathematischen Fragestellungen, die auch von Schülern erfolgreich untersucht wurden.

2004: Verläuft der Lastweg eines Krans auf einer Geraden? Hier wurden Stangenkonstruktionen im Allgemeinen und Lastkurven bei Hebekränen im Besonderen untersucht. Mit Hilfe von DGS-Systemen konnte dieser Kontext in Fragen der euklidischen Geometrie übersetzt und erforscht werden.

2005: Wie viele Tauben passen in ein Schubfach? Das Schubfachprinzip, oder englisch: *pigeonhole principle*, hat viele interessante zahlentheoretische Konsequenzen, deren Entdeckung den Kern des *Wiskunde B-dag* in diesem Jahr formte.

2006: Welche Zeiten zeigt die Uhr beim Friseur? Wenn man beim Friseur die Uhr im Spiegel sieht, zeigt diese nur manchmal eine Uhrzeit an, die auch eine nicht gespiegelte Uhr anzeigen kann. Der hieraus entstehende Fragenkreis formte den Ausgangspunkt einer Entdeckungsreise, die schließlich in Beziehung zur Geometrie des Torus und zu elementarer Zahlentheorie, wie dem euklidischen Algorithmus, gesetzt wurde.

2007: Wie viele Ohren hat ein Polygon? *Polygone* formten das Untersuchungsgebiet des vergangenen Jahres, das unten näher beschrieben werden soll.

Das Beispiel: Polygone. *Einfache Polygone*, d.h. zusammenhängende Polygone ohne Selbstschneidungen, formten den Untersuchungsgegenstand im letzten Jahr. Zunächst wurden *eingestülpte* und *herausstehende* Ecken untersucht. Eine *Kapuze*¹ ist eine herausstehende Ecken p_i , bei denen benachbarte Eckpunkte p_{i-1} und p_{i+1} durch eine Diagonale verbunden sind, die innerhalb des Polygons verläuft. Die Schüler suchten nach extremen Polygone mit vielen und wenigen Kapuzen.

¹In der Literatur ist hierfür der Begriff *Ohr* gebräuchlich, der aber aufgrund der einfachen Recherchemöglichkeiten für die Schüler im Internet durch *Kapuze* ersetzt wurde.

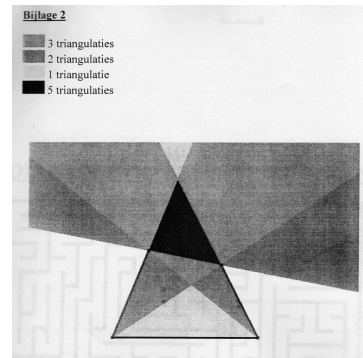
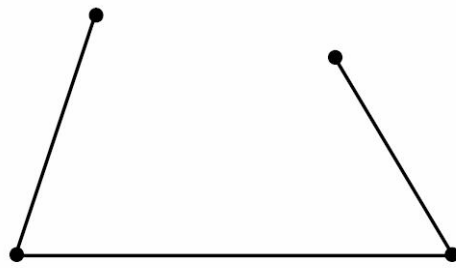


ABBILDUNG 1. Stratifizierung der Ebene für einen möglichen fünften Punkt des mit vier Eckpunkten vorgegebenen Polygons anhand der Anzahlen der möglichen Triangulierungen.

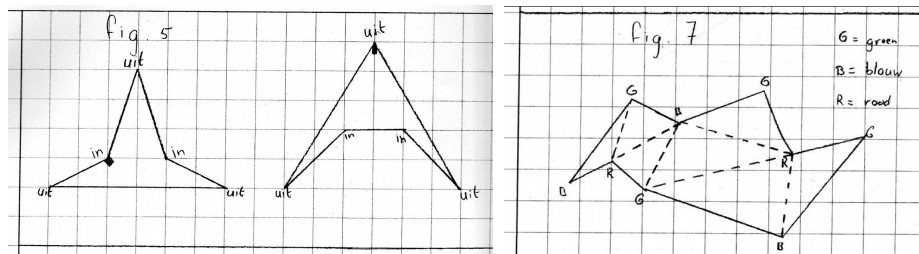


ABBILDUNG 2. Schülerlösung zur Kameraüberwachung eines Fünfecks und zur allgemeinen Abschätzung der Kamerazahl bei einem einfachen Polygon.

Mit Hilfe vollständiger Induktion, die als mathematische Technik nicht vorausgesetzt werden konnte, wurden verschiedene Sätze bewiesen, wie die Triangulierbarkeit einfacher Polygone oder die Existenz von mindestens zwei Kapuzen bei jedem einfachen Polygon. Dies gibt wiederum Anlass zu vielen neuen Fragen, wie etwa dem Zählen möglicher Triangulierungen (siehe Abb. 1). Schließlich konnten die entwickelten Werkzeuge zur Untersuchung der Frage eingesetzt werden, mit wieviel Kameras ein Polygon überwacht werden kann (siehe Abb. 2).

Die Schülerarbeiten zu diesem *Wiskunde B-dag* haben gezeigt, dass Schüler in der Lage sind, aktiv und selbstständig mathematische Strukturen zu untersuchen, auch wenn dabei eine geführte Einleitung unerlässlich scheint.

Webseiten für weitere Informationen:

- [1] Niederländische Mathematikwettbewerbe in NRW, <http://www.learn-line.nrw.de/angebote/olympiade/>.
- [2] Wiskunde B-dag beim Freudenthal Institut, Universität Utrecht, <http://www.fi.uu.nl/wisbdag/>
- [3] Zentrum für mathematische und naturwissenschaftliche Bildung der Universität zu Köln, <http://zmn.uni-koeln.de/>.
- [4] Landesverband Mathematikwettbewerbe Nordrhein-Westfalen e.V., <http://www.mathe-nrw.de/>.