

Björn SCHWARZ, Gabriele KAISER, Universität Hamburg

Professionswissen von Lehramtsstudierenden im Bereich Argumentieren und Beweisen

Die im Folgenden vorgestellten empirischen Ergebnisse entstammen einer qualitativen Ergänzungs- und Vertiefungsstudie, die als Zusatzstudie zu MT21 (siehe Blömeke, Kaiser, Lehmann, 2008) durchgeführt wird. Im Mittelpunkt der folgenden Darstellung steht der Vergleich der fachmathematischen und mathematikdidaktischen Leistungen von Lehramtsstudierenden in Deutschland für verschiedene Schulformen beschränkt auf den Bereich Argumentieren und Beweisen.

1. Theoretischer Rahmen und Fragestellung der Untersuchung

Die theoretische Basis für die Untersuchung bilden Überlegungen zur Struktur und Zusammensetzung des professionellen Wissens von Lehrkräften. Ausgangspunkt der Konzeptualisierungen sind die grundlegenden Überlegungen von Shulman (1986), der prinzipiell zwischen *general pedagogical knowledge* und *content knowledge* unterscheidet, wobei insbesondere letzteres weiter in die Bereiche *subject matter content knowledge*, *pedagogical content knowledge* und *curricular knowledge* unterteilt wird. In unserer Studie werden diese Bereiche, unter anderem in Anlehnung an Bromme (1995), weiter ausdifferenziert und es wird beispielsweise zwischen schulmathematischen Inhalten und Konzepten von Mathematik als Wissenschaft unterschieden.

Diese kognitiven Komponenten von Lehrerprofessionswissen werden in unserer Studie ergänzt um eine affektiv-wertorientierte Komponente, die insbesondere auch die epistemologischen Überzeugungen (*beliefs*) gegenüber Mathematik und dem Lehren und Lernen von Mathematik einbezieht. Dies berücksichtigt die Annahme, dass entsprechende Einstellungen für Lehrende sowohl eine Orientierungsfunktion als auch eine Bedeutung im Hinblick auf die Steuerung von professionellem Handeln haben. Im Einklang mit den entsprechenden Konzeptualisierungen von MT21 (vgl. Blömeke et al., 2008) beziehen wir uns auf die Unterscheidungen von Grigutsch, Raatz & Törner (1998), die zwischen dem Formalismus-Aspekt, dem Anwendungs-Aspekt, dem Prozess-Aspekt und dem Schema-Aspekt von Mathematik unterscheiden.

Die zentrale Ausgangsfrage unserer Studie ist nun, wie das Professionswissen von Studierenden gestaltet ist, die ein Lehramtsstudium im Hinblick auf eine spätere Tätigkeit als Mathematiklehrerin oder – lehrer absolvieren. Untersucht werden dabei die Strukturen und Verknüpfungen der unterschiedlichen Bereiche von Lehrerprofessionswissen. Die Studie

fokussiert dabei, im Vergleich zu MT21, nur auf die universitäre Phase der Lehrerausbildung.

2. Methodisches Vorgehen

In unserer Vertiefungs- und Ergänzungsstudie wurden - im Gegensatz zu der zu großen Teilen auf Multiple-Choice-Items basierenden Befragung im Rahmen von MT21 - ergänzende Fragebögen mit offenen Aufgaben zu den Themengebieten "Modellierung und Realitätsbezüge", "Argumentieren und Beweisen" und "Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht" entwickelt. Jede der verwendeten Aufgabe ist dabei domänenübergreifend konzipiert, das heißt, sie besteht aus mehreren Items, die sich jeweils auf einen anderen Bereich des Lehrerprofessionswissens beziehen. An der Befragung haben 79 Studierende freiwillig teilgenommen, 32 davon streben einen Abschluss für Grund-, Haupt- und Realschule (im Folgenden GHR) an, 45 streben einen Abschluss für Gymnasium oder oberes Niveau Gesamtschule (im Folgenden GyGS) an, zwei Studierende konnten bezüglich des Abschlusses nicht eindeutig zugeordnet werden.

Die Auswertung erfolgte mit der Methode der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2000), wobei die Kategorien theoriegeleitet entwickelt wurden (deduktive Kategoriendefinition). Im Einklang mit der Fragestellung wurde auf die strukturierende Inhaltsanalyse zurückgegriffen, genauer auf das skalierende Strukturieren. Hierbei wurden die Items von zwei Ratern bezüglich einer Ordinalskala eingeschätzt. Eine detailliertere Darstellung des methodischen Vorgehens findet sich in Schwarz, Kaiser & Buchholtz (2008).

3. Ausgewählte Ergebnisse

Die folgenden Analysen beziehen sich auf eine Aufgabe zum Thema "Argumentieren und Beweisen" aus dem Themengebiet der elementaren Geometrie und Algebra. Im Folgenden werden exemplarisch zwei Items aus den Bereichen "fachmathematisches Wissen" und "mathematikdidaktisches Wissen" und die zugehörigen Ergebnisse vorgestellt. Die Ergebnisse der Analysen sind exemplarisch und enthalten verallgemeinerbare Aussagen, da sie durch die Analysen auch anderer Items gestützt und weiter differenziert werden. Aus Platzgründen beschränken wir uns aber auf die Ergebnisse dieser beiden Aufgaben. Des Weiteren werden die Darstellungen im Folgenden auf den Vergleich zwischen Studierenden des Lehramts für Grund- Haupt- und Realschule (GHR) bzw. Gymnasium und oberes Niveau Gesamtschule (GyGS) begrenzt.

Die analysierte Aufgabe bezieht sich auf folgende mathematische Aussage: "Verdoppelt man die Seitenlängen eines Quadrats, so verdoppelt sich auch

die Länge jeder Diagonale.". In der Aufgabe aus dem Fragebogen wurde den Studierenden zunächst ein präformaler Beweis vorgestellt, der die mathematische Aussage belegt, indem vier quadratische Plättchen mit eingezeichneten Diagonalen zu einem Quadrat mit doppelter Seitenlänge und entsprechend verdoppelten Diagonalen zusammengefügt werden. Die Studierenden wurden dann aufgefordert, die mathematische Aussage formal zu beweisen. Die Antworten wurden auf einer ganzzahligen Skala von -2 bis +2 codiert, wobei einem fachlich angemessenen Beweis ein positiver Wert (je nach Strukturiertheit der Darstellung +1 oder +2), einer nicht fehlerhaften aber unvollständigen Lösung eine 0 und einem fehlerhaften Beweis ein negativer Wert (je nach Schwere des Fehlers -2 oder -1) zugeordnet wurde.

Die Erhebung erbrachte folgendes Ergebnis (alle Angaben gerundet auf volle Prozent):

Codierung	-2	-1	0	+1	+2
GHR	65%	15%	3%	9%	9%
GyGS	19%	9%	13%	37%	22%

Man erkennt sofort die deutlichen Unterschiede zwischen den GHR- und den GyGS-Studierenden bezogen auf Fähigkeiten im formalen Beweisen. Während mit 59% deutlich über die Hälfte der GyGS-Studierenden einen fachlich angemessenen Beweis vorlegen kann, gelingt dieser in der Gruppe der GHR-Studierenden mit 18% nur knapp jedem fünften Studierenden. Damit einhergehend weisen 80% der Lösungsansätze der GHR-Studierenden Fehler auf. Besonders sticht dabei der Anteil von 65% der GHR-Studierenden hervor, deren Antworten mit -2 codiert wurden, die also schwerwiegende Fehler enthielten. Es darf jedoch in diesem Zusammenhang nicht übersehen werden, dass auch bei den GyGS-Studierenden 28% der Beweisversuche, also mehr als jeder vierte, fehlerhaft waren. Untersucht man die Antworten der Studierenden hinsichtlich typischer Fehler, finden sich beispielsweise häufig Zirkelschlüsse oder Umformungen der Gleichungen ohne jeden Bezug zur zugrundeliegenden geometrischen Figur durch Äquivalenzumformungen mit dem Faktor 2.

Ein weiteres, im Folgenden analysiertes Item dieser Aufgabe ist dem Bereich des fachdidaktischen Wissens zuzuordnen und thematisiert die Frage, inwieweit ein präformaler Beweis ausreichend sein kann als einzige Beweisform im Mathematikunterricht. Hier wurden die Antworten auf einer Dreipunkt-Skala codiert. Antworten, die dem Bereich des hohen Wissens (+1) zugeordnet wurden, mussten zwei Überlegungen beinhalten:

Zum Einen Aussagen bezüglich des Zusammenhanges zwischen dem kognitiven mathematischen Potential der Schülerinnen und Schüler und der im Unterricht angemessenen Beweisform und zum Anderen Reflexionen über die Notwendigkeit der Thematisierung von formalen Beweisen zur Vermittlung eines vollständigen Mathematikbildes oder zur Vermittlung von Beweiskompetenzen (u.a. Kompetenzen zum formalen Schließen oder zur Verwendung von Beweisstrategien). Eine Lösung, die nur eine dieser Überlegungen enthielt, wurde mit 0, Antworten ohne diesbezügliche Überlegungen wurden mit -1 codiert. Es ergab sich damit folgendes Ergebnis (alle Angaben gerundet auf volle Prozent):

Codierung	-1	0	+1
GHR	39%	48%	14%
GyGS	38%	53%	9%

Die Unterschiede zwischen den GHR- und den GyGS-Studierenden fallen deutlich geringer aus. Damit korrespondierend zeigt sich in den Antworten auch unabhängig vom studierten Lehramt folgendes Merkmal bezüglich der Art der fachdidaktischen Reflexion: Wird nur eine der geforderten Überlegungen in der Lösung berücksichtigt, handelt es sich häufig um Überlegungen zum kognitiven Fähigkeitsgrad der Lernenden, meist darüber hinaus bezogen auf Differenzierungen hinsichtlich der Schulform. Höhere Leistungen sind dadurch gekennzeichnet, dass sich zusätzlich auch Aussagen bezüglich der Vermittlung von beweisbezogenen Kompetenzen oder eines vollständigen Mathematikbildes in den Antworten finden.

Literatur

- Blömeke, S., Müller, C., Felbrich, A. & Kaiser, G. (2008). Epistemologische Überzeugungen zur Mathematik. In: Blömeke, S., Kaiser, G., Lehmann, R. (Hrsg.) (2008). *Kompetenzmessung bei angehenden Lehrerinnen und Lehrern. Ergebnisse einer empirischen Studie zum professionellen Wissen, zu den Überzeugungen und zu den Lerngelegenheiten von Mathematik-Studierenden – und Referendaren*. Münster: Waxmann-Verlag, 19-246.
- Bromme, R. (1995). What Exactly is 'Pedagogical Content Knowledge'? – Critical Remarks Regarding a Fruitful Research Program. In Hopmann, S. & Riquarts, K. (Hrsg.), *Didaktik and/or Curriculum*. IPN-Schriftenreihe 147 Kiel: IPN. 205-216.
- Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19 (1) 3-45.
- Mayring, P. (2000). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.
- Schwarz, B., Kaiser, G & Buchholtz, N. (2008). Vertiefende qualitative Analysen am Beispiel von Modellierung und Realitätsbezügen. In: Blömeke, S.; Kaiser, G.; Lehmann, R. (Hrsg.), 391-425.
- Shulman, L.S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.