

Kristina REISS, Sebastian KUNTZE, Reinhard PEKRUN, Stefan UFER,
München

Die Kompetenz „Modellieren“ in Verbindung mit unterschiedlichen Leitideen – von Zielen der Bildungsstandards zu Fragen der Konzeption von Kompetenzmodellen¹

Einführung

Als einer von sechs Kompetenzbereichen der KMK-Standards für den Mittleren Abschluss und für den Hauptschulabschluss (KMK, 2003, 2004) weist das mathematische Modellieren Verbindungen zu verschiedenen anderen Kompetenzbereichen und Leitideen auf. Vor dem Hintergrund von Ergebnissen, die auf ein vergleichsweise hohes Anforderungsniveau von Modellierungsaufgaben hindeuten (vgl. Blum, 2007), stellt sich die Frage nach Basiskompetenzen von Lernenden in diesem Bereich.

Dabei sollte nach Inhaltsbereichen differenziert werden: Aus dem Bereich der Leitideen „Daten und Zufall“ und „Messen“ werden daher beispielartig Überlegungen zu Kompetenzmodellen vorgestellt und diskutiert, die auf Erfordernisse des jeweiligen Inhaltsbereichs abgestimmt sind.

Kompetenz „Modellieren“ in Verbindung mit verschiedenen Leitideen

Die Kompetenz, Probleme zu lösen, die Schritte des mathematischen Modellierens erfordern, wird verbreitet als ein wesentliches Förderziel des Mathematikunterrichts angesehen (z.B. Blum, 2007; Blomhøj & Jensen, 2003; Maaß, 2006). Dies spiegelt sich auch in den KMK-Standards für den Mittleren Abschluss und für den Hauptschulabschluss (KMK, 2003, 2004) wider, bei denen das Modellieren einer von sechs Bereichen allgemeiner mathematischer Kompetenz ist. Diese Kompetenzen sollen in Verbindung mit verschiedenen Leitideen gefördert werden. Dies bedeutet, dass sich Kompetenzaufbau im Bereich Modellieren nicht etwa beispielsweise nur auf die Leitideen „Messen“ oder „funktionaler Zusammenhang“ beschränken sollte, für die es bereits zahlreiche unterrichtspraktische Vorschläge gibt (z.B. Greefrath, 2006; Blum & Leiß, 2005). Problemstellungen, die mathematische Modellierungen erfordern, finden sich vielmehr in vielen Anwendungsbereichen der Mathematik, die Verknüpfungen zu mehreren Leitideen einschließen. So hat beispielsweise die Nutzung stochastischer und statistischer Modelle eine zentrale Bedeutung für den Umgang mit Daten und zufallsbehafteten Erscheinungen.

¹ Dieses Forschungsvorhaben wurde vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert (Bew.-Nr. PLI3032).

Dabei zeigt sich, dass Prozesse des Modellierens zwar abstrakt und idealtypisch mit Kreislaufmodellen (Blomhøj & Jensen, 2003; Blum & Leiß, 2005; Maaß, 2006) beschrieben werden können, es ist aber unabhängig von diesen Kreislaufmodellen mit dem Blick auf verschiedene Leitideen zu vermuten, dass das inhaltliche Umfeld Auswirkungen auf die Natur von Denkprozessen des Modellierens haben kann. So könnten beispielsweise inhaltsabhängig Überschneidungen zu anderen Kompetenzbereichen wie dem Problemlösen oder dem Nutzen von Darstellungen (KMK, 2003, 2004) auftreten. Dies kann insbesondere im Hinblick auf das Ziel der Konzeption eines inhaltsübergreifenden Kompetenzmodells des Modellierens Probleme aufwerfen.

Eine weitere Schwierigkeit besteht darin, dass Kompetenzen des Modellierens entsprechend der verschiedenen in Modellierungskreisläufen beschriebenen Phasen gleichsam in „Unter-Kompetenzen“ zerfallen. Diese sind recht heterogen, denn beispielsweise Fähigkeiten des algorithmischen Anwendens eines mathematischen Modells müssen nicht zwingend mit Fähigkeiten einhergehen, mathematische Ergebnisse vor einem lebensweltlichen Kontext adäquat interpretieren zu können.

Darüber hinaus werfen die oft beobachteten ungeordneten Sprünge zwischen Modellierungsphasen (Blomhøj & Jensen, 2003; Borromeo-Ferri, 2006) weitere Probleme auf. Nicht zuletzt aus diesem Grunde schlagen Blomhøj und Jensen (2003) vor, erst mit dem Vorliegen der Kompetenz, einen ganzen Modellierungskreislauf durchlaufen zu können, von Modellierungskompetenz zu sprechen. Diese Herangehensweise blendet andererseits jedoch Teilkompetenzen des Modellierens, die auch mit anderen Kompetenzbereichen wie dem Verwenden von Darstellungen im Zusammenhang stehen könnten, unter Umständen aus.

Eine Lösungsmöglichkeit könnte es sein, zunächst bezogen auf einzelne Leitideen und Inhaltsbereiche zu überlegen, wie derartige bereichsspezifische Kompetenzen des Modellierens beschrieben werden können.

In diesem Beitrag werden wir uns auf Beispiele im Bereich der Leitideen „Daten und Zufall“ und „Messen“ konzentrieren.

Überlegungen zu einem Kompetenzmodell für das Modellieren im Bereich der Leitidee „Messen“

Wie auch anhand der Beispielaufgaben der KMK-Bildungsstandards deutlich wird, eignen sich Inhalte der Flächen- und Volumenmessung in schulischen Kontexten nicht nur gut, um mit anregenden Aufgaben modellierungsbezogene Lerngelegenheiten zu schaffen, sondern auch, um das Durchlaufen von Modellierungsphasen zu verdeutlichen. Überlegungen zu Kompetenzmodellen des Modellierens in diesem Bereich können sich da-

her an Kreislaufmodellen orientieren. Um der Schwierigkeit der Heterogenität verschiedener Modellierungsschritte und der Sprünge zwischen diesen zu begegnen, könnte ein Kompetenzmodell orientiert an bestehenden Überlegungen zur Beschreibung von Aufgaben (Neubrand, 2002) die Anzahl von Gedankenschritten und einzubeziehenden Wissenseinheiten als Merkmal für Komplexität heranziehen. Auf diese Weise könnten Merkmale im Zusammenhang mit der mindestens erforderlichen Gedankenschrittanzahl beim Modellieren als ein erstes, grobperspektivisches Kriterium für die Anforderungen eines Modellierungsproblems gesehen werden. In einer feineren, stärker auf Teilkompetenzen fokussierten Herangehensweise können andererseits einzelne Modellierungsschritte betrachtet werden.

Überlegungen zu einem Kompetenzmodell für das Modellieren im Bereich der Leitidee „Daten und Zufall“

Auch für die Beschreibung lebensweltlicher Zusammenhänge, in denen Daten betrachtet werden und in denen eventuell zusätzlich zufällige Streuung oder Unsicherheit in Erscheinung tritt, spielen Fähigkeiten des Modellierens eine wichtige Rolle. Ein Merkmal des Modellierens in diesem Bereich ist, dass Modellierungsprozesse oft stark von der Nutzung von Darstellungen geprägt sein können (vgl. Fröhlich, Kuntze & Lindmeier, 2007). Es bietet sich also an, für den Inhaltsbereich der Statistik Kompetenzen des Modellierens verschränkt mit Kompetenzen des Nutzens von Darstellungen zu betrachten.

Zwei Grundgedanken, die in Kuntze, Lindmeier und Reiss (2008, im Druck) näher ausgeführt werden, können Anforderungen des Nutzens von Darstellungen und Modellen in statistischen Kontexten beschreiben: Einerseits sind Fähigkeiten des Umgangs mit „graphischen Darstellungen von Daten und der Manipulation von Daten durch Reduktion bzw. Raffung“ (vgl. Kröpfl, Peschek, & Schneider, 2000) als Bezugspunkt für Modellierungen von Bedeutung, andererseits bildet das Verständnis für statistische Variabilität („variation“; vgl. Watson et al., 2003) eine Grundlage für viele Modellierungsschritte. Vor diesem Hintergrund schlagen Kuntze, Lindmeier und Reiss (2008, im Druck) ein Kompetenzmodell für die Kompetenz „Nutzen von Darstellungen und Modellen in statistischen Kontexten“ vor, das diese Aspekte berücksichtigt. Dieses Kompetenzmodell konnte empirisch mit dem eindimensionalen Rasch-Modell beschrieben werden (Kuntze, Lindmeier und Reiss, 2008, im Druck).

Zusammenfassung und Ausblick

Bei der Gegenüberstellung dieser beiden Beispiele für Überlegungen zu Kompetenzmodellen des Modellierens in Verbindung mit unterschiedlichen

Leitideen wird deutlich, dass auf diese Weise auf inhaltliche Spezifika der jeweiligen Inhaltsbereiche eingegangen werden kann. Darüber hinaus haben sich die Kompetenzmodelle insbesondere im Bereich Statistik bereits in ersten quantitativen Untersuchungen bestätigt. Gerade für Evaluationsuntersuchungen von Lernumgebungen – und übrigens auch für deren Konzeption – können diese Kompetenzmodelle und die auf deren Basis entwickelten Testinstrumente eine Grundlage darstellen. Solche Untersuchungen werden auch im Projekt KOMMA (Reiss et al., 2007) durchgeführt, an dem über 2000 Schülerinnen und Schüler teilnahmen.

Literatur

- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its applications*, 22(3), 123–139.
- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 3–12). Hildesheim: Franzbecker.
- Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren*, 128, 18–21.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für die Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 86-93.
- Fröhlich, A., Kuntze, S. & Lindmeier, A. (2007). Testentwicklung und -evaluation im Bereich von „Statistical Literacy“. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 783–786). Hildesheim: Franzbecker.
- Greefrath, G. (2006). *Modellieren lernen*. Aulis Verlag Deubner, Köln, 2006,
- Kröpfl, B., Peschek, W. & Schneider, E. (2000). Stochastik in der Schule: Globale Ideen, lokale Bedeutungen, zentrale Tätigkeiten. *mathematica didactica*, 23(2), 25-57.
- KMK (Kultusministerkonferenz). (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss*. München: Wolters Kluwer.
- KMK (Kultusministerkonferenz). (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss*. München: Wolters Kluwer.
- Kuntze, S., Lindmeier, A. & Reiss, K. (2008). “Using models and representations in statistical contexts” as a sub-competency of statistical literacy – Results from three empirical studies. *ICME 11*.
- Kuntze, S., Lindmeier, A. & Reiss, K. (im Druck). „Daten und Zufall“ als Leitidee für ein Kompetenzstufenmodell zum „Nutzen von Darstellungen und Modellen“ als Teilkomponente von Statistical Literacy. *Tagungsband 2006/2007 des GDM-Arbeitskreis Stochastik*.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 115–118.
- Neubrand, J. (2002). *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen*. Hildesheim: Franzbecker.
- Reiss, K., Pekrun, R., Kuntze, S., Lindmeier, A., Nett, U. & Zöttl, L. (2007). KOMMA – ein Projekt zur Entwicklung und Evaluation einer computergestützten Lernumgebung. *GDM-Mitteilungen*, 83, 16-17.
- Watson, J.M., Kelly, B.A., Callingham, R.A., & Shaughnessy, J.M. (2003). The Measurement of School Students’ Understanding of Statistical Variation. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 34(1), 1-29.