

Modellierungskompetenz fördern mit heuristischen Lösungsbeispielen

Im Rahmen des Projekts KOMMA¹ stellt ein Ziel die Gestaltung und Evaluation einer Lernumgebung dar, die für die Sekundarstufe I Lerngelegenheiten zum Erwerb *allgemeiner mathematischer Kompetenzen* im Sinne der Bildungsstandards (KMK 2003) bietet. Für die Evaluation dieser computerbasierten Lernumgebung im Bereich Geometrie der 8. Jahrgangsstufe wurde der Kompetenzbereich *Mathematisches Modellieren* (K3) näher betrachtet in Verknüpfung mit der Leitidee *Messen* (L2), für die exemplarisch die Kreisflächenmessung herangezogen wurde.

Modellieren

Das den Lernmaterialien zu Grunde gelegte Verständnis von *Modellieren* orientiert sich an dem von Blum und Leiß (2005) in Form eines Kreislaufmodells dargelegten idealisierten Modellierungsprozess. Der abgebildete Kreislauf stellt hierbei ein aus sieben Schritten bestehendes Phasenmodell dar², wobei individuelle Verläufe bei der Bearbeitung einer Problemstellung vom idealisierten Verlauf deutlich abweichen können.

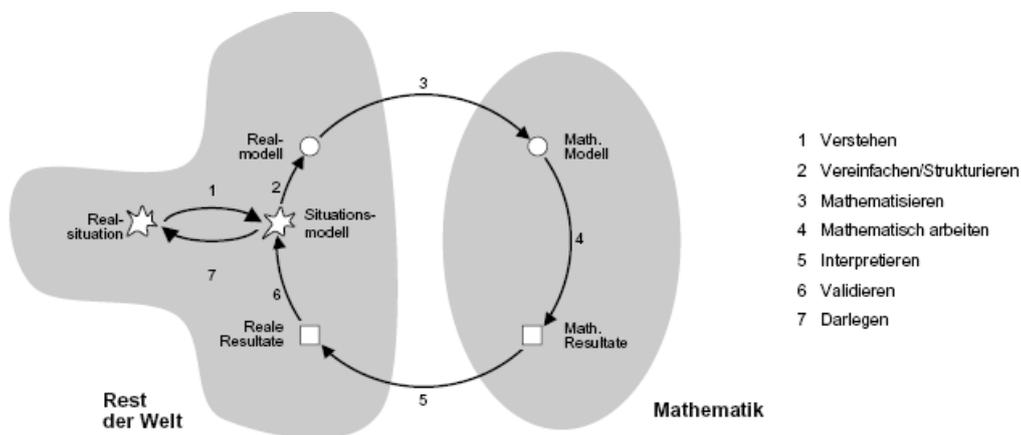


Abbildung 1: Modellierungskreislauf nach Blum & Leiß (2005)

Ein solcher Modellierungsprozess ist durch die erforderliche Vereinfachung der gegebenen Situation und das notwendige Auffinden bzw. Kon-

¹ Das Projekt wird vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert (Bew.-Nr. PLI3032).

² Bei Borromeo Ferri (2006) findet man eine detaillierte Beschreibung der ersten sechs Schritte.

struieren eines geeigneten mathematischen Modells stark von *heuristischem Vorgehen* geprägt. Unter heuristischem Vorgehen kann man nach Holton (1988) das Generieren einer Idee verstehen, die aufgrund von begrenztem Wissen zwar unvollständig, aber dennoch nützlich ist. Solche heuristischen Lösungsmethoden beim Problemlösen lassen sich im Gegensatz zu den algorithmischen Lösungsmethoden nicht präzise definieren (Groner & Groner 1990). Sie zeichnen sich insbesondere dadurch aus, dass der Lösungserfolg bei einem solchen Vorgehen im Vorfeld nicht gesichert ist und dass der Suchraum für die Problemlösung in der Regel stark eingeschränkt wird, was auch zum Übergehen einer optimalen Lösung führen kann. Oftmals basiert heuristisches Vorgehen auf der Nutzung von eigenen Erfahrungen oder allgemeinen Faustregeln.³

Als essentiell bei Übungen zum Modellieren wird die Integration metakognitiver Aspekte in den Lernprozess angesehen. Das bedeutet, dass den Lernenden Wissen über Modellierungsaktivität als Prozess vermittelt werden soll (vgl. Blum 1996, S. 24). Hilfreich sind hierbei eine deutliche Trennung von Realität und Modell sowie eine Explizierung wesentlicher Prozessschritte. Dabei ist es sinnvoll, ein schülergerechtes Prozessmodell als Anhaltspunkt für das Vorgehen bei Modellierungsaufgaben heranzuziehen. Der Übersichtlichkeit wegen wurde das an obigem Modellierungskreis orientierte Prozessmodell in KOMMA für den Bereich Geometrie auf drei Phasen reduziert. Diese sind (1) *Aufgabe verstehen*, (2) *Rechnen*, (3) *Ergebnis erklären*. Bei der Beschreibung der einzelnen Phasen (siehe Abb. 2) sind jedoch auch die übrigen Schritte des Kreislaufs implizit enthalten.

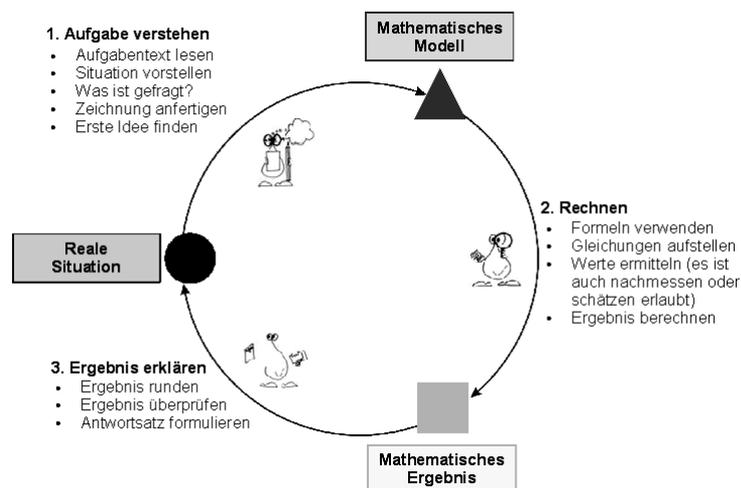


Abbildung 2: Schülergerechtes Prozessmodell in KOMMA im Bereich Geometrie

³ Es gibt auch so genannte heuristische Strategien. Einen Überblick über diese Strategien findet man beispielsweise bei Strohschneider & Tisdale (1987).

Lösungsbeispiele

Bei *Lösungsbeispielen* handelt es sich um fertig gelöste Beispielp Probleme, die aus einer Problemstellung und der Angabe von Lösungsschritten bestehen. Die Effektivität des Lernens aus Lösungsbeispielen in wohl strukturierten Domänen ist inzwischen gut belegt (vgl. Renkl 2001). Vorteile beim Einsatz von Lösungsbeispielen sind im Vergleich zum Problemlösen in einer veränderten Zielrichtung zu sehen. Das Auffinden einer Lösung tritt dabei Hintergrund, so dass der Fokus auf den eigentlichen Lösungsprozess rücken kann. Zusätzlich ist eine ökonomischere Nutzung von kognitiven Ressourcen der Schüler(innen) möglich, die es gestattet mehr Kapazität auf metakognitive Überlegungen bezüglich des Lösungsprozesses zu verwenden (ähnlich zu finden bei Reiss & Renkl, 2002). Möglichkeiten den Einsatz von Lösungsbeispielen zu optimieren sind insbesondere individuelle Selbsterklärungsaktivitäten während der Bearbeitung (vgl. Renkl 1997) sowie ein sukzessives Ausblenden von Lösungsschritten (Renkl & Atkinson 2003).

Heuristische Lösungsbeispiele stellen eine Erweiterung des Prinzips der Lösungsbeispiele für nicht-algorithmische Problemstellungen dar. Sie präsentieren nicht nur die Problemstellung und Lösungsschritte, sondern auch den heuristischen Problemlöseprozess in der Regel basierend auf einem Prozessmodell und machen diesen damit explizit. Im Bereich des Mathematischen Begründens und Beweisens konnten positive Effekte beim Einsatz solcher Lösungsbeispiele gezeigt werden (Reiss & Renkl 2002). Damit lässt sich diese Form der Lösungsbeispiele, die aus dem mathematikdidaktischen Bereich stammt, mit dem in der Problemlöseforschung entwickelten Prinzip der *prozessorientierten Lösungsbeispiele*⁴ vergleichen.

Lernumgebung KOMMA

Basierend auf den oben genannten Erkenntnissen wurden im Rahmen des Projekts KOMMA Lernmaterialien erstellt, bei denen heuristische Lösungsbeispiele in Form von so genannten Beispielaufgaben und Übungsaufgaben im Mittelpunkt stehen. Bei ersteren handelt es sich um heuristische Lösungsbeispiele, mit deren Hilfe alltagsnahe Modellierungsprobleme vorgestellt werden sowie Möglichkeiten diese zu lösen. Dabei werden ba-

⁴ Bei der Verwendung von prozessorientierten Lösungsbeispielen für das Training nicht algorithmischer Problemlöseprozesse ist die Angabe von Begründungen für den Einsatz verwendeter Problemlöseoperatoren vorgesehen sowie die Angabe von Informationen zum strategischen Wissen, das von Experten bei der Problemlösung angewandt würde (vgl. van Gog, Paas & van Merriënboer 2004).

sierend auf dem obigen Prozessmodell in Form eines Zwiegesprächs zweier fiktiver Personen Schwierigkeiten und unterschiedliche Modelle diskutiert und entstandene Ergebnisse interpretiert, validiert und dargelegt. Zusätzlich zu einer optischen Trennung der drei Phasen des Prozessmodells werden im Rahmen der dargelegten Diskussion auch die wesentlichen Prozessschritte expliziert und damit eine metakognitive Ebene angesprochen. Bei den Übungsaufgaben handelt es sich ebenfalls um heuristische Lösungsbeispiele, bei denen die Lösungsschritte zunächst ausgeblendet sind. Ein gestuftes Hilfesystem ermöglicht es jedoch, diese Lösungsschritte bei Bedarf einzusehen. Zusätzlich steht in der Lernumgebung eine kurze Einführung in den betreffenden mathematischen Inhalt zur Verfügung sowie kurze Aufgaben, mit denen die Schüler(innen) ihren Wissensstand selbständig überprüfen können. Die Items sollen auch Feedback zu Teilschritten des verwendeten Prozessmodells geben. So können die Lernenden gezielt herausfinden, welche Schritte sie bereits gut beherrschen und wobei sie noch Schwierigkeiten haben.

Literatur

- Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In: G. Kadunz et al. (Eds.) *Trends und Perspektiven: Beiträge zum 7. Internationalen Symposium zur Didaktik der Mathematik* (pp. 15-38). Wien: Tempsky
- Blum, W., & Leiss, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der "Tanken"-Aufgabe. *mathematik lehren*, 128, 18-21.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für die Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 86-93.
- Groner, R. & Groner, T. (1990). Heuristische versus algorithmische Orientierung als Dimension des individuellen kognitiven Stils. In: K. Grawe et al. (Eds.). *Über die richtige Art, Psychologie zu betreiben* (pp. 315-329). Göttingen: Hogrefe
- Holton, G. (1988). *Thematic origins of scientific thought (2nd ed.)*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Kultusministerkonferenz. (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss*. Bonn: KMK.
- Reiss, K. & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. *Zentralblatt für die Didaktik der Mathematik*, 34 (1), 29-35.
- Renkl, A. & Atkinson, R. K. (2003). Structuring the transition from example study to problem solving in cognitive skills acquisition: A cognitive load perspective. *Educational Psychologist*, 38, 15-22.
- Renkl, A. (1997). Learning from worked-out examples: A study on individual differences. *Cognitive Science*, 21, 1-29.
- Renkl, A. (2001). Lernen aus Lösungsbeispielen. *Unterrichtswissenschaft*, 29, 1-95.
- Strohschneider, S. & Tisdale, T. (1987): *Handlungspsychologie. Kurseinheit 3. Handlungsregulation in Unbestimmtheit und Komplexität*. Hagen: Fernuniversität Hagen.
- van Gog, T., Paas, F. & van Merriënboer, J.G. (2004) Process-oriented Worked Examples: Improving Transfer Performance Through Enhanced Understanding. In: *Instructional Science*, 32, 83-98.