

## **Zahlbegriffsentwicklung im frühen Kindesalter**

**- eine Fallstudie zur Entwicklung des mathematischen Denkens bei 3- bis 4-jährigen Kindern -**

### **1 Bildungspolitischer Hintergrund**

In allen Bundesländern, so auch in Baden-Württemberg, wird eine Stärkung der frühkindlichen Bildung in den Kindertageseinrichtungen angestrebt. Der Orientierungsplan für die baden-württembergischen Kindergärten gibt dazu im Entwicklungsfeld „Denken“ Anregungen und Hinweise. Diese umfassen auch die Förderung der mathematischen Kompetenzen. Über welche mathematischen Kompetenzen Kinder im Alter von 3-4 Jahren bereits verfügen und wie sich diese entwickeln, soll in einem Forschungsprojekt an der Pädagogischen Hochschule in Heidelberg untersucht werden. Das Projekt mit dem Titel „Zahlbegriffsentwicklung im frühen Kindesalter – eine Fallstudie zur Entwicklung des mathematischen Denkens bei 3- bis 4- jährigen Kindern“ wird im Rahmen des Programms „Bildungsforschung“ der Landesstiftung Baden–Württemberg unterstützt.<sup>1</sup> Ziel des Programms „Bildungsforschung“ ist es, die Grundlagenforschung zu Bildungsfragen, Bildungsprozessen und Bildungsergebnissen in Baden-Württemberg zu stärken.

### **2 Forschungsstand**

Beschäftigt man sich mit aktuellen Forschungsergebnissen aus den verschiedenen wissenschaftlichen Disziplinen, wie der Entwicklungspsychologie, der Mathematikdidaktik oder auch der Hirnforschung, so stellt man fest, dass der Fokus der verschiedenen Forschungsrichtungen national wie international bisher kaum oder nur partiell auf der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder im Alter von 3 - 4 Jahren lag. Entweder wurden Kinder in einer anderen Altersgruppe (z.B. die Schulanfänger, vgl. Selter 1995) untersucht, nur Teilaspekte der Zahlbegriffsentwicklung herausgegriffen (z.B. die Entwicklung der Zählkompetenz, vgl. Fuson 1988) oder der Fokus lag auf der Prävention von Rechenstörungen (vgl. Krajewski 2003). Genau hier will dieses Forschungsvorhaben ansetzen, um mehr über die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen im frühen Kindergartenalter zu erfahren.

---

<sup>1</sup> Weitere Informationen zum Programm Bildungsforschung der Landesstiftung unter: <http://www.landesstiftung-bw.de/themen/wissenschaft.php?id=245>

### **3 Forschungsfragen**

1. Wie entwickeln sich die mathematischen Basisfähigkeiten im Alter von 3 und 4 Jahren?
  - Gibt es kontinuierliche Entwicklungslinien oder sind diskontinuierliche Verläufe zu beobachten?
2. Wie gehen die Kinder im Alter von 3-4 Jahren mit Aufgaben zu den verschiedenen mathematischen Basisfähigkeiten um?
  - Wie verdeutlichen die Kinder ihre Denkwege am Material?
  - Inwiefern können die Kinder ihre Denkwege sprachlich erläutern?
  - Wie verändert sich die Qualität ihrer Handlungen und Äußerungen?

### **4 Datenerhebung**

Für die Studie wurden in zwei Kindergärten im Raum Heidelberg die Kinder im Alter von 3 ½ Jahren ausgewählt. Insgesamt nehmen 25 Kinder an der Studie teil. Über einen Zeitraum von 12 Monaten werden sechs Einzelinterviews zu verschiedenen mathematischen Kompetenzen mit den Kindern durchgeführt. Eine solche kasuistische Längsschnittstudie bietet die Möglichkeit mit Hilfe vieler Daten individuelle Entwicklungen mathematischer Kompetenzen zu erfassen und in Beziehung zu setzen. Die Methode des Interviews eröffnet in der qualitativen Forschung einen wichtigen Zugang zum kindlichen Wissen. Daher findet die Datenerhebung in diesem Forschungsprojekt in Form von qualitativen Interviews statt. Sie sind für diese Altersgruppe ein geeignetes Instrument, um die Entwicklungsprozesse der Kinder wissenschaftlich zu erfassen. Aufgrund des Forschungsschwerpunktes, zu dokumentieren wie sich die mathematischen Fähigkeiten bei den Kindern in diesem Alter entwickeln, kommt außerdem die klinische Methode (vgl. Selter & Spiegel 1997) nach Piaget zum Einsatz. Das klinische Interview ist eine Variante des halbstandardisierten Interviews und zeichnet sich dadurch aus, dass es prinzipiell offen ist für individuelle Denkwege der Kindern aber auch vergleichbar durch festgelegte Leitfragen. Die Interviews werden alle auf Video aufgezeichnet, um neben den sprachlichen Äußerungen auch die Handlungen der Kinder zu erfassen. Bei der Datenerhebung sind einige Besonderheiten dieser Altersgruppe zu beachten. Die Verfahren müssen so kindgerecht sein, dass sie ein Kind weder sprachlich, kognitiv, emotional oder physisch überfordern. Daher werden die Aufgaben in einen kindgerechten Kontext eingebettet und anhand von konkretem Material dargeboten. Dadurch haben die Kinder die Möglichkeit, ihr Denken handelnd am Material darstellen und erklären zu können. Für die Erstellung

des Leitfadeninterviews wurden Tests, wie z.B. HAWIK III (2000), ZAREKI-R (2006), SON 2 ½ -7 (2006), Manual: Test zur Früherfassung von Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht (2005), OTZ (2001), K-ABC (2001) und Studien, z.B. von Dehaene, Piaget, Karmiloff-Smith, Krajewski, Kaufmann usw. gesichtet, um darauf aufbauend relevante mathematische Kompetenzen, wie z.B. Simultanerfassung, Zählen, Abzählen, Seriation, Klassifikation oder auch Operationen, für das Leitfrageninterview zusammenzustellen. Daraus wurden neben der Einleitung (E) sieben weitere „Bausteine“ (B1 – B7) mit unterschiedlichen Kontexten konzipiert. Die Reihenfolge der sieben Bausteine ist variabel, so dass sie bei jedem Interview neu zusammengestellt werden können.

## **5 Datenauswertung**

Durch Wegzug oder Krankheit verbleiben von den 25 Kindern noch 20 Kinder. Die Kinder wurden in vier Gruppen mit je fünf Kindern eingeteilt, zum einen in Mädchen und Jungen und zum anderen in Kinder mit und ohne Migrationshintergrund. Von diesen Kindern werden drei Interviews (am Anfang, in der Mitte und am Ende des Untersuchungszeitraums) analysiert und die Entwicklung einiger ausgewählter Basisfähigkeiten dokumentiert. In einem zweiten Auswertungsschritt werden sechs Kinder ausgewählt und Fallstudien erstellt. Bei diesen Kindern fließen alle sechs Interviews in die Analyse mit ein.

## **6 Erste Ergebnisse**

Mittlerweile wurden alle Interviews geführt und die Interviews wurden teilweise ausgewertet. Im Folgenden sollen die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen und das Vorgehen der Kinder bei einigen Aufgaben skizziert werden.

### **6.1 Zählen (vorwärts)**

Generell kann man feststellen, dass fast alle Kinder bereits zu Beginn der Studie die Zahlwortreihe vorwärts aufsagen können. Große Unterschiede gibt es allerdings im Umfang. Einige Kinder verbleiben noch im Zahlenraum bis fünf, viele können bereits bis 10 zählen. Dabei benutzen die Kinder oft die Finger als Hilfsmittel. Einige Kinder beherrschen die Zahlwortreihe schon weit über 20 hinaus. Sehr heterogen sind die Ergebnisse auch bei der Bildung der Zahlwortreihe. Einige Kinder lassen konsequent Zahlen aus oder vertauschen die Zahlwörter. Einige Kinder bilden auch ihre eigenen Zahlwörter, so z.B. zweizehn, statt zwölf.

## 6.2 Subitizing

Diese Aufgabe wird den Kindern in Form von strukturierten Punktbildern (vgl. Müller & Wittmann 2002) dargeboten. Zu Beginn der Studie erkennen die meisten Kinder die Menge eins und zwei simultan, gegen Ende nimmt diese Fähigkeit aber deutlich zu. Auch die Begründungen nehmen im Laufe der Studie zu.

## 6.3 Division

Bei dieser Aufgabe geht es darum eine Menge von acht Gegenständen mit einem Partner zu teilen. Hierbei sind ganz unterschiedliche Strategien der Kinder zu beobachten:

- Sie teilen die Menge dadurch, dass sie jedem abwechselnd einen Gegenstand geben, entweder nacheinander oder mit beiden Händen gleichzeitig.
- Sie bilden zwei gleichlange, sich gegenüberstehende Reihen.
- Sie schauen die Gegenstände an und teilen nach dem äußeren Eindruck die Mengen in zwei gleiche Teile.
- Sie bilden mit den Gegenständen zwei Quadrate oder andere Muster und erklären, dass es gleich viele sind, weil es „gleich“ aussieht.

Ein ähnliches Vorgehen ist zu beobachten, wenn die Kinder die Menge von neun Gegenständen an drei Personen verteilen sollen. Auch hier zeigen sich die Strategien aufteilen, verteilen und das Legen von Mustern.

## 7 Literatur

Fuson, K. C. (1988): Children's counting and concepts of number. New York: Springer.

Hellmich, Frank (2007): Bedingungen anschlussfähiger Bildungsprozesse von Kindern beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. In: bildungsforschung, Jahrgang 4, Ausgabe 1, URL: <http://www.bildungsforschung.org/Archiv/2007-01/uebergang/>

Krajewski, K. (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Dr. Kovac.

Ministerium für Jugend, Kultus und Sport Baden-Württemberg (2006): Orientierungsplan für Bildung und Erziehung für die baden-württembergischen Kindergärten. Pilotphase. Weinheim: Beltz.

Müller, G.N. & Wittmann, E. Chr. (2002): Das kleine Zahlenbuch. Band 2: Schauen und Zählen. Seelze: Kallmeyer.

Selter, C. (1995): Fiktivität der „Stunde null“ im arithmetischen Anfangsunterricht. Mathematische Unterrichtspraxis, H. 2, S. 11-19.

Selter, C. & Spiegel, H. (1997): Wie Kinder rechnen. Stuttgart: Klett