

Andreas EICHLER, Münster

## **Alltäglicher Stochastikunterricht an deutschen Gymnasien**

In der internationalen Stochastikdidaktik gilt die Befähigung von Schülern zu einer statistisch geprägten Denkweise als primäres Ziel des Stochastikunterrichts (Shaughnessy, 2007). Dieses Ziel, das mittelbar in die Formulierung der Standards für die Sekundarstufe I eingegangen ist, erfordert von Lehrkräften eine erhebliche Änderung ihrer bisherigen Unterrichtspraxis, selbst wenn diese stochastische Themen umfasste. Wie aber sowohl die bisherige, als auch die jetzige und möglicherweise Reformideen enthaltende alltägliche Unterrichtspraxis von „normalen“ Lehrkräften aussieht, ist kaum bekannt (Eichler, 2006). Dies ist der Anlass für ein Forschungsprojekt zum alltäglichen Stochastikunterricht (Eichler, 2007), aus dem hier ein quantitatives Teilprojekt mit folgender Fragestellung skizziert wird:

- Welche Inhalte behandeln Lehrkräfte in ihrem Stochastikunterricht?
- Welche Ziele verfolgen Lehrkräfte mit ihrem Stochastikunterricht?
- Welches stochastikbezogene Wissen und welche Vorstellungen von der Stochastik erwerben Schüler aufgrund dieses Unterrichts?
- Welchen Einfluss haben unterschiedliche Orientierungen der Lehrkräfte auf das Wissen und die Vorstellungen ihrer Schüler?

### **Theoretischer Rahmen und Methodik**

Das Forschungsprojekt geht von der Grundannahme aus, dass das Denken der Lehrkräfte einerseits der Schlüsselfaktor bei der Durchsetzung von Unterrichtsreformen ist und andererseits entscheidenden Einfluss auf das Wissen und die Vorstellungen von Schülern hat (Calderhead, 1996).

Der hier diskutierte Ansatz ist Teil eines größer angelegten Projekts, das die drei Ebenen des Curriculums, die Planung des Stochastikunterrichts durch die Lehrkräfte (*individuelle Curricula*), die Umsetzung dieser Planung (*tatsächliche Curricula*), deren Wirkung auf die Schüler (*realisierte Curricula*) sowie die Zusammenhänge der drei Curriculumsebenen untersucht (z.B. Eichler, 2007). Aus dem qualitativen Teil dieses Forschungsprojekts haben sich vier Typen individueller Stochastikcurricula ergeben (Abb. 1, vgl. Eichler, 2006), die sich insbesondere hinsichtlich der Ziele des Stochastikunterrichts stark unterscheiden. Diese Unterschiede äußern sich den Gegensatzpaaren (Dimensionen) statischer vs. prozessorientierter und formaler vs. anwendungsorientierter Stochastikunterricht.

Mit Bezug auf die hier nur kurz charakterisierten Typen wurde ein Fragebogen mit vier Teilen entwickelt:

Teil 1: enthält eine Liste mit anzukreuzenden potentiellen Stoffinhalten des Stochastikcurriculums und die Möglichkeit, diese zu ergänzen.

- Teil 2: enthält zu den vier Typen jeweils zwei charakteristische Aussagen zu den Zielen des Stochastikcurriculums.
- Teil 3: enthält zu den vier Typen jeweils zwei charakteristische Aussagen zum Nutzen des Stochastikcurriculums für die Schüler.
- Teil 4: enthält zu den vier Typen jeweils zwei charakteristische Aussagen hinsichtlich eines effektiven Stochastikunterrichts.

(Dimension 2)	Anwendung	Die <i>Anwendungsvorbereiter</i> verfolgen das Ziel, das Wechselspiel von Theorie und Anwendung aufzuzeigen. Dazu müssen Schüler zunächst die Theorie lernen, um sie im Anschluss anwenden zu können	Die <i>Alltagsvorbereiter</i> verfolgen das Ziel, exemplarisch an komplexer werdenden realen Problemen stochastische Methoden zu entwickeln, um Schüler zur Anwendung von Stochastik und zur Kritikfähigkeit zu befähigen.
	Formalismus	Die <i>Traditionalisten</i> verfolgen das Ziel, eine breite theoretische Grundlage für die Stochastik zu entwickeln. Diese umfasst Algorithmen und Einsichten in die mathematische Struktur der Stochastik, nicht aber reale Probleme.	Die <i>Strukturalisten</i> verfolgen das Ziel, beginnend bei realistischen Problemen in einem Abstraktionsprozess das abstrakte System der Mathematik bzw. Stochastik hinter diesen Problemen zu verdeutlichen.
		Statische Mathematik	Mathematik als Prozess

(Dimension 1)

**Abbildung 1: Vier Typen individueller Stochastikcurricula**

Jede dieser Aussagen sollte in fünf Stufen von voller Zustimmung bis zur Ablehnung beurteilt werden (kodierte von 1 bis 5, zusätzliche Ziele konnten in einem offenen Item angegeben werden).

Ein zusätzlicher Fragebogen für die Schüler der beteiligten Lehrkräfte orientiert sich am Konstrukt des *statistical knowledge* (Broers, 2006) als Kern des statistischen Denkens. Die innere Struktur dieses Konzepts umfasst die Aufteilung des Wissens in die Aspekte des deklarativen, prozeduralen und konzeptuellen Wissens (Hiebert & Carpenter, 1992). Der erste Teil des Fragebogens umfasst die Selbsteinschätzung der Schüler in Bezug auf 28 stochastische Konzepte (deklaratives und prozedurales Wissen), ob diese nicht erinnert (0), erinnert (1), ungefähr erklärt (2) oder sicher erklärt (3) werden können. Weiter waren die Schüler aufgefordert, miteinander in Beziehung stehende Begriffe zu kennzeichnen (konzeptuelles Wissen). Über das Wissen hinaus kennzeichnen Vorstellungen zur Stochastik die realisierten Curricula der Schüler. Dazu enthielt der Fragebogen offene und geschlossene Items, in denen die Schüler Beispiele für die Bedeutung der Stochastik – in Anlehnung an Ergebnisse der vorangegangenen qualitativen Untersuchung von realisierten Curricula (Eichler, 2007) – nennen sollten.

Insgesamt wurde eine nach Bundesländern geschichtete Zufallsstichprobe von 240 Gymnasien konstruiert, von denen 166 einer Befragung zugestimmt haben. Von diesen Schulen wurden jeweils zwei Lehrkräfte und jeweils drei ihrer Schüler mit unterschiedlichen Leistungen zur Teilnahme

gebeten (Schuljahr 2007). Die folgende Diskussion basiert auf der Analyse von 107 zurückgelaufenen Lehrer- und 316 Schülerfragebögen.

## Ergebnisse

Der von den Lehrkräften in der Sekundarstufe II behandelte Stoff ist geprägt durch einen klassischen Block der Wahrscheinlichkeitsrechnung (1), der die Inhalte bedingte Wahrscheinlichkeit (2), Erweiterung von Verteilungen (3), Inferenzstatistik (4) und deskriptive Statistik (5) dominiert:

(1)	Laplace-W.-keit (97%), statistische W.-keit (72%), Baum (100%), Bernoulli-Exp. (99%), Binomialvert. (100%), Erwartungswert (95%), Standardabweichung (95%)
(2)	Bedingte W.-keit (81%), (Un)Abhängigkeit (80%), Satz von Bayes (74%)
(3)	Normalvert. (79%), hypergeometrische Vert. (49%), Poissonvert. (49%)
(4)	Hypothesentest (89%), Konfidenzintervalle (51%), Bayes-Statistik (27%)
(5)	Häufigkeiten (98%), Mittelwert (87%), Streuung (74%), Median (52%), Regression und Korrelation (16%)

**Tabelle 1: Behandlung der Stoffinhalte durch die Lehrkräfte (n = 107)**

Während sich die Lehrkräfte hinsichtlich der Inhalte nur wenig unterscheiden, lassen sich hinsichtlich der Ziele drei Faktoren identifizieren:

Faktor 1 (5 Items, Cronbachs $\alpha = 0,689$ )	Faktor 2 (6 Items, Cronbachs $\alpha = 0,707$ )	Faktor 3 (4 Items, Cronbachs $\alpha = 0,779$ )
Traditionelles Curriculum, kaum Anwendungsbezug	Curriculum mit starkem Anwendungsbezug	Curriculum mit starker Prozessorientierung

**Tabelle 2: Faktoren hinsichtlich der Ziele des Stochastikcurriculums**

Zum ersten Faktor gehören beispielsweise Aussagen, die von Repräsentanten der Traditionalisten (3 Aussagen) und Strukturalisten (2 Aussagen) stammen, z.B.: „Stochastik- bzw. Mathematikunterricht muss eine theoretische Grundlage schaffen, die im Studium aufgenommen und erweitert werden kann.“ Die Faktoren 2 und 3 korrelieren relativ stark positiv ( $r = 0,4$ ), mit dem Faktor 1 dagegen schwach negativ ( $r = -0,1$  bzw.  $r = -0,13$ ).

Ein Hinweis darauf, dass die Selbsteinschätzung durchaus ein quantitatives Maß für das Wissen der Schüler ist, ist der deutliche Unterschied in allen erhobenen Wissensbereichen (vgl. zu diesen Tab. 3) zwischen Leistungskursschülern und solchen mit Grund- oder nicht spezialisierten Kursen.

	Kon1	AW	AW_a	AW_g	NU	NU_a	NU_g	Kon2	Kon2_a	Kon2_g
Wissen	0,44**	-0,06	0,17**	-0,23**	0,11**	0,28**	-0,18**	0,31**	0,29**	0,18**

**Tabelle 3: Korrelationen zwischen dem Schülerwissen und weiteren Faktoren (Kon1: Verbindungen zwischen stochastischen Konzepten; AW: Anwendungen der Stochastik in der Realität (\_a) und im Glückspiel (\_g); NU: Beispiele für den Nutzen der Stochastik; Kon2: Beispiele für die Anwendung bestimmter stochastischer Konzepte)**

Ebenso zeigt sich trotz schwacher Korrelationen des selbsteingeschätzten

„Wissens“ der Schüler und weiterer Faktoren (Tab. 3), dass ein Zusammenhang zwischen der Flexibilität im Umgang mit stochastischen Konzepten und der Bedeutungszuschreibung der Stochastik in der Realität besteht. Die Zusammenhänge zwischen dem „Wissen“ der Schüler und der Orientierung der Lehrkräfte (vgl. Tab. 2) ist schwer zu beurteilen, da ein großer Anteil der Fragebögen nur entweder von der Lehrkraft oder den Schülern zurückgesandt worden und die verwertbaren Fallzahlen dementsprechend gering sind (ca. 50 Lehrkräfte mit ca. 150 Schülern). Hier wurden die verwertbaren Lehrkräfte in jeweils zwei Gruppen hinsichtlich der in Tab. 2 skizzierten Faktoren geclustert und die Mittelwerte zu allen oben genannten Schülerfaktoren (Tab.3 ) verglichen (t-Test). Dabei haben sich allerdings keinerlei statistisch relevanten Unterschiede ergeben. Ausnahme bildet hier eine zusätzliche Variable, die die Einstellung zur Stochastik beschreibt und die bei den Schülern der eher prozessorientierten Lehrkräfte signifikant höher ist, als bei eher nicht prozessorientierten Lehrkräften.

Aussagekräftiger für die schülerbezogenen Variablen (Tab. 3) ist die inhaltliche Ausrichtung des Stochastikcurriculums. Am deutlichsten ist die negative Auswirkung eines insgesamt sehr breit angelegten Curriculums zur Stochastik, das sich negativ auf das Wissen von Schülern auszuwirken scheint. So korreliert etwa die Anzahl der von den Lehrkräften behandelten Begriffe negativ mit dem „Wissen“ der Schüler ( $r = -0,29^{**}$ ).

Auch mit Blick auf die didaktische Forschungslage zeigt sich aber insgesamt, dass noch wesentlich mehr Forschungsergebnisse notwendig sind, um angemessene Aussagen über die Zusammenhänge des alltäglichen Mathematikunterrichts und die realisierten Curricula von Schülern treffen zu können.

## Literatur

- Broers, N. J. (2006). Learning goals: The primacy of statistical knowledge. In A. Rossman, & Chance, B. (Hrsg.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute. Calderhead, J. (1996). Teachers: beliefs and knowledge. In D. C. Berliner (Ed.), *Handbook of education* (pp. 709-725). New York: MacMillan.
- Eichler, A. (2006). Individuelle Stochastikcurricula von Lehrerinnen und Lehrern. *Journal für Mathematikdidaktik*
- Eichler, A. (2007b). The impact of a typical classroom practice on students' statistical knowledge. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CD-Rom). Larnaca, Cyprus: Department of Education, University of Cyprus.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 65-97). Macmillan, New York.
- Shaughnessy, M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. K. Lester (Hrsg.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 957-1010). Charlotte, USA: Information Age Publishing.