

Thorsten BRAUN, Engelbert NIEHAUS, Universität Koblenz-Landau

## **Förderung von Schüler(-inne)n mit besonderer mathematischer Begabung am Beispiel der Stochastischen Netze**

Zielsetzung ist es, die Förderung von SchülerInnen mit besonderer mathematischer Begabung in regulären universitären Lehrveranstaltungen am Beispiel der Behandlung der Stochastischen Netze zu erläutern. Das Thema wird sowohl in den Bezügen zu den Lehrplänen der Sekundarstufe als auch in Bezug auf die Bedeutung für die Lehrerbildung dargestellt.

### **1. Mathematikdidaktische Konzeption der Lehrveranstaltung**

Das im Rahmen von "WissenSchaf(f)t Zukunft" (Land RLP) und von der Deutschen Telekom Stiftung geförderte Projekt zielt auf die Einführung eines Förderprogrammes für SchülerInnen mit besonderer Begabung an der Universität Koblenz-Landau (Campus Landau) als Frühstudierende. Neben der originären Förderung von Hochbegabten soll die Hochbegabtenförderung selbst zu einem integrativen Bestandteil der Lehrerausbildung entwickelt werden. Bevor didaktische Themen zu den individuellen Begabungen (z.B. Diagnostik und Förderung) mit Studierenden behandelt werden, ist es aus Gründen der Praxisorientierung sinnvoll, eine Vorstellung davon zu gewinnen, zu welchen außerordentlichen Leistungen SchülerInnen in der Lage sind. Durch eine Integration in die reguläre Lehramtsausbildung und das gemeinsame Problemlösen in Lehrveranstaltungen bleiben diese besonderen Begabungen kein abstrakter didaktischer Studieninhalt, sondern der tägliche Umgang mit Lernenden aus der Schule lässt die Bandbreite individueller Schülerleistungen sowie die Notwendigkeit der Diagnostik und Förderung deutlich werden. Umgekehrt profitieren auch die teilnehmenden kleinen Schülergruppen von dieser Integration in die Lehrerausbildung, denn sie werden durch die angehenden Lehrerinnen und Lehrer bei den Problemlöseaufgaben im Kontext der Lehrveranstaltungen betreut.

### **2. Lehrplanbezug zu den Stochastischen Netzen**

Eine Verbindung zwischen den Stochastischen Netzen und dem Lehrplan der Sek. I besteht durch die Verwendung von relativen Häufigkeiten im Stochastischen Netz, welche im Lehrplan unter der Leitidee L5 „Daten und Zufall“ aufgeführt werden. Diese Leitidee ist laut Lehrplan durch alle Klassenstufen hindurch zu behandeln. Für das Verständnis des Stochastischen Netzes ist es von Bedeutung, dass die Schüler den Unterschied zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit kennen, welcher in den Klassen 7/8 behandelt werden soll. Bei den Wegen durch das Stochastische Netz ergeben sich Verbindungen zu den Baumdiagrammen und der Pfadregel, welche in Klasse 5/6 Teil des

Unterrichtsinhalts sind und in Klasse 10 nochmals aufgegriffen und vertieft werden. Denn in beiden Fällen werden Pfade, die mit relativen Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten belegt sind, durch das Netz bzw. den Baum betrachtet. Ebenso bestehen Bezüge von sogenannten Spielen und Zufallsexperimenten aus Klasse 7/8 zu Stochastischen Netzen, wenn man die einzelnen Knoten im Stochastischen Netz als Spielzustände betrachtet.

Da man außerdem eine Inzidenzabbildung für die Repräsentation von Stochastischen Netz verwendet, ergibt sich dadurch ein Verbindung zu der Leitidee L4 „Funktionaler Zusammenhang“ des Lehrplans, welche sich ebenso wie L5 durch die gesamte Sek. I zieht (besonders Klasse 7/8).

Eine weitere Verbindung zwischen dem Lehrplan und den Stochastischen Netzen ergibt sich aus der Forderung des Lehrplans, dass in der Sek. I ein Tabellenkalkulationsprogramm erlernt und mit ihm gearbeitet werden soll. Denn es ist möglich die Inzidenzabbildung mithilfe einer Adjazenzmatrix auszudrücken (siehe 3.), welche dann die Schüler in einem Tabellenkalkulationsprogramm umsetzen können. Das Tabellenkalkulationsprogramm stellt eine Verbindung zwischen der symbolischen und ikonischen Darstellung des Stochastischen Netzes dar.

### **3 Behandlung von Stochastischen Netzen in den Lehrveranstaltungen**

Ein Stochastisches Netz besteht aus einer Menge an Kanten und einer Menge an Knoten, die durch eine Inzidenzabbildung verbunden sind.

$$\Delta : A \longrightarrow (V \times V)$$

$$a_i \longmapsto (v_j, v_k)$$

An den Kanten, die zwei Knoten verbinden, befinden sich relative Häufigkeiten. Damit aus dem Netz auch ein Stochastisches Netz wird, muss die Summe über die relativen Häufigkeiten aller von einem Knoten ausgehenden Kanten gleich 1 sein. Diese Eigenschaft ergibt sich aus der Definition des Wahrscheinlichkeitsmaßes. In einem Wahrscheinlichkeitsexperiment beschreiben die von einem Knoten ausgehenden Kanten alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperimentes an diesem Knoten. Das Stochastische Netz besitzt also an jedem Knoten ein separates Zufallsexperiment, das ausgeführt wird, wenn sich der Spieler in diesem Zustand des Spieles befindet.

Der Bezug von den Stochastischen Netzen zur Schulmathematik ergibt sich nun, wie bereits unter 2. erwähnt, durch die einfachen stochastischen Elemente wie die relative Häufigkeit und durch die Möglichkeit das Stochastische Netz mithilfe einer Inzidenzabbildung anzugeben, wodurch sich eine Brücke zu den funktionalen Zusammenhängen ergibt.

Jedoch werden auch einige mathematische Grundlagen benötigt, die nicht im Lehrplan der Sek. I enthalten sind. So kann man das Netz anstatt mit der

Inzidenzabbildung auch mit Hilfe einer Adjazenzmatrix ausdrücken, so dass von den Schülern eine Matrizenmultiplikation durchgeführt werden muss, welcher erst in der Sek. II erlernt wird. Außerdem sind für die Darstellung des Stochastischen Netzes Elemente der Graphentheorie notwendig, die nicht Inhalt des Lehrplans Mathematik der Schule sind. Durch die individuelle Fähigkeiten der Frühstudierenden ist es jedoch recht schnell möglich, dass sich die Lernenden diese wichtigen Werkzeuge und Regeln während des Problemlöseprozesses aneignen. Zu diesen gehört z.B. eine Matrizenmultiplikation, die für die Verkettung von Abbildungen und die Berechnung von Zustandsübergängen im Stochastischen Netz notwendig ist.

Genau an dieser Stelle knüpft nun in den Veranstaltungen eine Zusammenarbeit zwischen den regulären Lehramtsstudierenden und den Frühstudierenden an. Die Lehramtsstudierenden sollen zusammen mit den Frühstudierenden die entsprechenden Lerninhalte erarbeiten und den Frühstudierenden bei deren Fragen unterstützen. Dabei wird die Zielsetzung verfolgt, dass Studierende bereits in ihrem Studium didaktisch in mathematischen Problemlöseaufgaben tätig sind. Voraussetzung dafür ist natürlich, dass die Lehramtsstudierenden ein fundiertes Wissen über die mathematischen Grundlagen besitzen, da sie zugleich Problemlöser in einem für sie neuen Problem und Lehrende für Frühstudierende bezogen auf mathematische Grundlagen sind.

Eine weitere Zusammenarbeit zwischen den Studierenden bestand bei der Verwirklichung des eigentlichen Ziels der Veranstaltung, Probleme aus der Realität mithilfe der Fuzzy Logik, der Neuronalen Netze und der Stochastischen Netze zu modellieren. Die Stochastischen Netze dienen hierbei zur Verteilungs- und Ausbreitungsmodellierung. Im Zuge dieses Modellierungsprozesses gewährleisteten die Lehramtsstudierenden bei dieser Zusammenarbeit, dass die Modellierungsideen auch in die Mathematik umgesetzt werden können, da bei ihnen das notwendige mathematisch-logische Denken und die Fähigkeit Mathematik in Anwendungssituationen zu erkennen bereits vorhanden sind, ohne dass sie die genauen Lösungen bereits kennen müssen.

#### **4 Fazit**

Probleme bei der Integration der SchülerInnen mit besonderen mathematischer Begabung entstanden vor allem an den Stellen, an denen die mathematischen Grundlagenkenntnisse der Lehramtsstudierenden gefordert wurden, da diese teilweise nur lückenhaft vorhanden waren. Als weiteres Problem erwies sich die begrenzte Kreativität der Lehramtsstudierenden bei den Modellierungsideen, da diese viel zu mathematisch dachten und nur mathematisch sinnvolle und fertige Lösungen anboten bzw. anbieten wollen, so dass viele tragfähige aber

unfertige Ideen nicht weiter ausgeführt wurden. Ein großer Problempunkt bei beiden Gruppen von Studierenden stellte auch die mathematische Formelsprache dar, wenn es galt, die jeweiligen Ideen in die richtige mathematische Sprache umzusetzen.

Chancen bei der Integration der SchülerInnen mit besonderer Begabung entstanden vor allem durch die Kreativität und das große Engagement der SchülerInnen bei den Modellierungsideen, da sie keine Angst vor Fehlern zeigten und sich auch nicht um die Umsetzung und Folgen der Ideen kümmerten, so dass dadurch viele gute Ideen entwickelt wurden. Überraschenderweise erwiesen sich auch die fehlenden Grundlagen bei den SchülerInnen nicht als Hindernis beim Modellierungsprozess. Insgesamt ergibt sich durch die Verbindung von Schülerförderung und Lehramtsausbildung die folgende empirisch zu untersuchende Forschungsfrage: In welchem Maße verändern offene Problemlöseaufgaben, die gemeinsam mit SchülerInnen bearbeitet, bei den Lehramtsstudierenden die spätere Unterrichtstätigkeit im Zusammenhang mit der Förderung des Stochastischen Denkens. In einer vergleichenden Untersuchung (mit und ohne Schüler bei der Problemlösung) sollen die Studierenden einschätzen, ob sich das Thema der "Stochastischen Netze" für den Unterricht der Sek. I didaktisch reduzieren lässt.

## 5 Literatur

- [1] Braun, Thorsten; Niehaus, Engelbert: Application of stochastic networks to decision support for health service delivery (2007).
- [2] Braun, Thorsten; Niehaus, Engelbert: Providing Health for rural communities: Statistical Training of decision support (2006).
- [3] Busacker, Robert G.; Saaty, Thomas L.: Endliche Graphen und Netzwerke, R. Oldenbourg, München/Wien, (1968).
- [4] Erfahrungsbericht (2000), Schülerin an der Universität Köln, [http://mi.uni-koeln.de/Math-Net/mn\\_categories/pages/hb\\_unijournal.html](http://mi.uni-koeln.de/Math-Net/mn_categories/pages/hb_unijournal.html) (URL geprüft am 01.03.2008).
- [5] Lessner, Günter: Elemente der Topologie und Graphentheorie, Herder, Freiburg/Basel/Wien, (1980).
- [6] Rahmenlehrplan Mathematik, Klassenstufen 5 – 9/10, Ministerium für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur Rheinland-Pfalz (2007).
- [7] Tücke, Manfred: Schulische Intelligenz und Hochbegabung für (zukünftige) Lehrer und Eltern, (Osnabrücker Schriften zur Psychologie; Bd. 9) (2005).
- [8] Vock, Miriam; Preckel, Franzis; Holling, Heinz: Förderung Hochbegabter in der Schule, Hogrefe-Verlag (2007).