

Axel BRÜCKNER, Potsdam

25 Jahre Potsdamer L-S-A¹-Modell

Das L-S-A-Modell gehört zu einem zentralen Ergebnis der von A. DIETZ geleiteten Forschungen zur mathematikmethodischen Theoriebildung² in den siebziger und achtziger Jahren des vorigen Jh. an der PH Potsdam. Es handelt sich dabei um ein umfassendes Konzept zur Gestaltung eines Mathematikunterrichts, an den eine Reihe von Effektivitätsforderungen gestellt werden: „... die Gestaltung des Mathematikunterrichts stärker als bisher auf die Aneignung von Allgemeinem, Umfassendem Transferierbarem als dem Wesentlichen einer notwendigen Basis für die rationelle, selbständige und schöpferische Bearbeitung von Besonderem und Einzelem, von konkret-praktischen Aufgaben, zu orientieren.“³

Mathematiklernen wird aufgefasst als ein Prozess des Lösens von Aufgaben: von Lernaufgaben und von mathematischen Schüleraufgaben. Jedem Stoffabschnitt des Unterrichts wird eine primäre Lernaufgabe, eine so genannte Leitaufgabe, zugeordnet. Die Leitaufgabe ist die Aufforderung an die Schüler, sich (ganze) Komplexe von Stoffelementen (Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren, Zuordnungen zwischen mathematischen Stoffelementen und zwischen mathematischen Stoffelementen und außermathematischen Sachverhalten) anzueignen. Die Leitaufgabe kann durch das Lehrsystem vorgegeben werden, sie kann von den Schülern unter Führung des Lehrers gebildet und bearbeitet werden oder sie wird im Idealfall von den Schülern selbst entwickelt und gelöst.

Im Zuge der Leifaufgabenerarbeitung und- bearbeitung sind zu leisten:

- (Gesamt-)Zielorientierung und -motivierung: Was soll gelernt werden und warum und wozu?
- Vorgehensorientierung (Reflexion, Vorgehensplanung, Schaffung einer allgemeinen Handlungsorientierung): Auf welche Erfahrungen kann bereits zurückgegriffen werden? Wie kann zweckmäßig vorgegangen werden? Welche Hilfsmittel sind erforderlich bzw. geeignet?
- Nutzen und Anwenden der Ergebnisse der Planungsphase, Verwenden und Aneignen der Handlungsanleitung zur Lösung der Aufgaben einer Aufgabenklasse

¹ Leitaufgabe-Sekundäraufgaben-Aufgabensystem

² S. dazu vor allem DIETZ 1984.

³ DIETZ 1983

- Kontrolle und Bewertung der erreichten Resultate - bis hin zur Einschätzung des Niveaus der bei den Schülern ausgebildeten Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten

Der Leitaufgabe werden zum Zwecke ihrer Erarbeitung und Bearbeitung Sekundäraufgaben zugeordnet. Dabei handelt es sich in der Regel um gewöhnliche mathematische Schüleraufgaben, durch die das Lernen von Mathematik ausgelöst und reguliert werden soll. Die Sekundäraufgaben dienen dazu, die Leitaufgabenbearbeitung zu unterstützen. Sie werden durch die Leitaufgabe determiniert und haben mit Bezug zur Leitaufgabe bestimmte Funktionen zu erfüllen, z. B. Unterstützung der Zielmotivierung, der Aneignung der Handlungsanleitung oder der Reflexion des Erreichten. Insgesamt bilden die Leitaufgabe und die durch sie maßgeblich bestimmten Sekundäraufgaben ein Aufgabensystem.

Die theoretischen Grundlagen und Vorleistungen für das L-S-A-Modell (das Leitaufgabenkonzept) sind insbesondere die Ergebnisse lernpsychologischer Untersuchungen der Forschungsgruppe um P. A. GALPERIN⁴:

1. Orientierungsgrundlagen für Handlungen (OH) Typ I bis IV (GALPERIN)
2. Etappenweise Aneignung von Handlungen (GALPERIN)
3. Kontrollhandlungen: Dialektik von Fremdkontrolle und Selbstkontrolle (GALPERIN)
4. Konzepte vom empirischen und theoretische Verallgemeinern (DAWYDOW)
5. Lernaufgabenbegriff (LEONTJEW)

Eine Lernaufgabe ist darauf gerichtet, Bedingungen für die Entstehung theoretischer Begriffe (Konzepte) zu analysieren und ein theoretisch verallgemeinertes Lösungsverfahren für eine Klasse konkret-praktischer Aufgaben zu entwickeln und anzueignen. Das allgemeine Lösungsverfahren kommt dann bei allen möglichen besonderen und konkreten Varianten von Aufgabenbedingungen zum Einsatz und wird im Sinne des Aufsteigens vom Abstrakten zum Konkreten genutzt, es wird zunehmend angereichert, es bewährt sich, wird vervollkommenet, es wird angeeignet.

Der klassische Schulunterricht ist gekennzeichnet durch die Lehr- und Lernmethode der empirischen Verallgemeinerung (empirisches Denken – Alltagsdenken). Sie wird beschrieben durch das Aufsteigen vom sinnlich Konkreten zum Abstrakten. Der Lernende sucht durch schrittweises

⁴ Literaturangaben dazu findet der Leser in den genannten Quellen

Vergleichen vieler Gegenstände nach gemeinsamen Eigenschaften, die er dann generalisierend abstrahiert und zu einem Begriff formt, d. h. die invarianten Eigenschaften werden zu einem Begriff zusammengefasst. Damit lassen sich Dinge und Erscheinungen der Umgebung systematisieren und klassifizieren. Es entsteht ein empirisch gewonnenes Begriffssystem. Die theoretische Verallgemeinerung (theoretisches Denken – dialektisches Denken) ist dagegen gekennzeichnet durch das Aufsteigen vom Abstrakten zum Konkret-Logischen. D. h., der (abstrakte) Begriff ist vorangestellt, der Lernende „entlehnt“ ihn sich der Wissenschaft. Er nutzt ihn bei der Erarbeitung und Bearbeitung des Konkreten. Dadurch wird ausgehend vom theoretischen Begriff sein Inhalt erschlossen durch die Übertragung auf das Konkret-Praktische. Die Lehr- und Lernstrategie des Aufstiegs vom Abstrakten zum Konkreten als theoretische Verallgemeinerung beginnt mit der Schaffung der so genannten Ausgangsabstraktion, die in ihrer zweiten Phase für die Untersuchung und Bearbeitung des konkreten Stoffes, der angeeignet werden soll, genutzt wird. Auf diesem Wege wird das Abstrakte mit Hilfe des Konkreten zunehmend inhaltlich erschlossen. Die Vielfalt des Konkreten wird auf dem Hintergrund des Abstrakten wahrgenommen. Der Geltungsbereich der Ausgangsabstraktion und ihre begriffliche Weite werden deutlich. Das Abstrakte verändert sich, wird zunehmend vervollständigt und verinnerlicht.

Um eine Leitaufgabe für einen Stoffabschnitt des Mathematikunterrichts zu konstruieren, ist als Vorarbeit das übergreifend Wesentliche gemäß der o. g. Hauptintention des Konzepts zu bestimmen.

Ein eigens dafür entwickelter Katalog ermöglicht die kritische Sichtung geeigneter Inhalte anhand von fünf Wesentlichkeitskriterien⁵: 1. Fachkriterium: Es werde jene Inhalte und Varianten fachsystematischer Fundierung gewählt, die den nachfolgenden Kriterien optimal genügen. 2. Praxiskriterium: Inhalte müssen substanziell und funktionell den Forderungen an die Allgemeinbildung und den Bedürfnissen nach der Schulzeit entsprechen. 3. Aneignungskriterium: Schwerpunkte, Struktur und Anordnung der Inhalte müssen eine aktive, zielorientierte, motivierte, selbständige Könnensentwicklung mit transferierbaren und praktisch nutzbaren Ergebnissen garantieren. 4. Kontinuitätskriterium: Die Inhalte sind auf die Schwerpunkte zu reduzieren, die einen kontinuierlichen Aneignungsprozess ermöglichen und tatsächlich wieder gebraucht werden. 5. Zeit-Relationskriterium: Umfang, Anordnung und Struktur der Inhalte müssen bei der zur Verfügung stehenden Zeit eine Könnensentwicklung entsprechend dem Aneignungskriterium ermöglichen.

⁵ S. Dietz 1984

Als illustrierendes Beispiel wird für die punktuelle⁶ Anwendung der Gestaltungsvorgaben der Stoffabschnitt „Kreislehre“ aufbereitet. Da der Abschnitt geeignet ist ein überschaubares, beziehungsreiches System geometrischer Sätze zu entwickeln und sinnvoll zu nutzen und da das Suchen nach Zusammenhängen, das Begründen und das Beweisen mathematiktypische Tätigkeitsbereiche sind mit entsprechender Bedeutung für den weiteren Lehrgang und die Zeit danach, wurde die Entwicklung einer Handlungsanleitung für einfache Beweisaufgaben und ihre weitere Vervollkommnung und Anwendung zum Gegenstand der Leitaufgabe bestimmt. Nach Sichtung einer Kollektion von Kreisaufgaben und der Behandlung wichtiger Begriffe zur Beschreibung von Lagebeziehungen und geometrischen Situationen am Kreis wird im Arbeitsbucheil folgende Forderung zur Zielanalyse gestellt: *(a) Erläutere mit Hilfe der erarbeiteten Begriffe, worin die Problemstellungen in den Beispielaufgaben bestehen. Formuliere die zentrale Zielstellung für die Stoffeinheit.*

Daraus resultiert die **Gesamtaufgabe**: *Für die Bewältigung von Kreisaufgaben müssen wahre Aussagen über die Eigenschaften von Sehnen, Zentri- und Peripheriewinkeln und Tangenten erarbeitet werden. Stelle fest, wie man solche Aussagen finden und beweisen kann.*

Als Teilaufgabe der Gesamtaufgabe im Sinne einer Präzisierung werden die Lernenden zur Methodenreflexion aufgefordert: *(b) Wiederhole am Beispiel des Satzes über die Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck, auf welchem Wege Aussagen über die Eigenschaften geometrischer Figuren gewonnen und bewiesen werden können.* Eine weitere Teilaufgabe soll die Schaffung der Ausgangsabstraktion veranlassen: *(c) Entwickle eine Anleitung zum Finden und Beweisen von Aussagen über die Eigenschaften geometrischer Figuren. Geh bei der Planung der Arbeitsschritte von der Teilaufgabe b aus.*

Die Anleitung wird dann verwendet, um zahlreiche Zusammenhänge am Kreis zu untersuchen und die gefundenen Vermutungen zu beweisen. Sie wird weiterentwickelt und vervollkommnet. Am Ende des Stoffabschnitts wird u. a. die Nützlichkeit der planenden Vorbetrachtungen gewertet.

Literatur

DIETZ, A.: Beiträge zur mathematik-methodischen Aufgabentheorie, Potsdam 1983

DIETZ, A.: Zur Weiterentwicklung des Potsdamer Modells der Theorie der Mathematikmethodik, Potsdam 1984

⁶ Für die Gestaltung eines Gesamtlehrgangs nach dem Konzept ist die Konstruktion von Leitaufgabenfolgen vorgesehen.