

Martin BRUNNER, Luxemburg & Stefan KRAUSS, Kassel

Geschlechtsunterschiede in Mathematik: Eine Frage des Messmodells?

Da mathematische Kompetenz zur erfolgreichen Teilhabe am gesellschaftlichen und beruflichen Leben essentiell ist, sind jegliche Geschlechterunterschiede in mathematischer Kompetenz von großer Bedeutung. Gegenwärtig zeigen viele Studien, dass Jungen und Mädchen sich geringfügig in ihrer mathematischen Kompetenz unterscheiden. Beispielsweise haben Hyde, Fenne-
ma und Petersen (1990) 53 Einzelstudien mit Daten von über einer Million Jugendlichen im Rahmen einer Meta-Analyse zusammenfasst. Die Ergebnisse der Einzelstudien wurden in Form von Effektstärken d repräsentiert (zur Berechnung von d wird vom Mittelwert der Jungen der Mittelwert der Mädchen abgezogen und diese Differenz durch die gemeinsame Standardabweichung geteilt; dabei repräsentiert $d = .20$ einen kleinen Effekt, $d = .50$ einen mittleren Effekt und $d = .80$ einen großen Effekt; s. Cohen, 1992). Ein zentrales Ergebnis der Meta-Analyse war, dass Jungen in der Altersgruppe von 15 bis 18 Jahren gegenüber Mädchen nur einen kleinen Leistungsvorsprung hatten (die mittlere Effektstärke über alle Studien lag bei $d = .29$). Dieser Befund wurde auch im Rahmen zahlreicher repräsentativer Schülerleistungsstudien repliziert. Beispielsweise wurde in allen drei bisherigen Erhebungszyklen von PISA in nahezu allen Teilnehmerstaaten bei 15-Jährigen Jugendlichen immer nur ein kleiner Effekt zu Gunsten der Jungen in Mathematik festgestellt (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2007). Zusammenfassend scheint also die Frage nach Geschlechterunterschiede in Mathematik weitestgehend geklärt zu sein: Jungen sind geringfügig besser als Mädchen.

Doch vielleicht ist dieser Schluß etwas voreilig. Denn alle bisher referierten Befunde basieren auf dem gleichen Messmodell mathematischer Kompetenz, dem *Standardmodell* (s. Abbildung 1a), das in der pädagogischen und der psychologischen Forschung dominiert. Im Standardmodell wird davon ausgegangen, dass die Leistung bei Mathematikaufgaben *nur* von der mathematischen Kompetenz M der Jugendlichen abhängt. Da M nicht direkt beobachtet werden kann, wird es als eine latente Variable modelliert (in Abb. 1 werden latente Variablen als Kreise bzw. Ellipsen dargestellt). Auf die Ausprägung der latenten Variablen wird dann von den beobachteten Leistungen bei den Mathematikaufgaben (dargestellt als Rechtecke) geschlossen. Die prinzipielle Annahme ist, dass eine höhere Ausprägung von M mit besseren Leistungen bei allen eingesetzten Mathematikaufgaben einhergeht (der Pfeil deutet daher

von M aus auf die Rechtecke; der unvermeidliche Messfehler bei den Einzelaufgaben wird in Abb. 1 durch Pfeile dargestellt, die von unten auf die Rechtecke zielen).

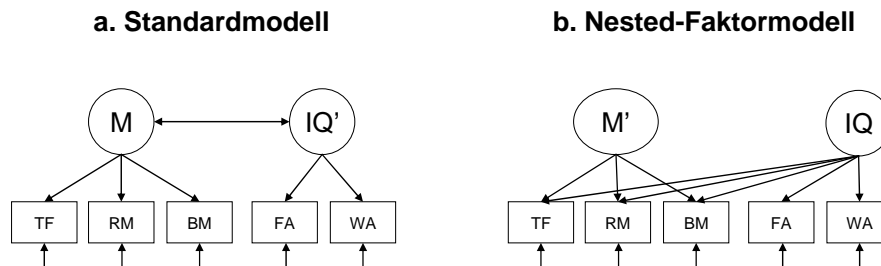


Abbildung 1. Alternative Messmodelle: (a) Standardmodell und (b) Nested-Faktormodell.

In der pädagogisch-psychologischen Forschung dominieren domänen- bzw. fachspezifische Konstrukte, die üblicherweise im Sinne des Standardmodells konzipiert werden. Selbstverständlich können aber auch domänenübergreifende Kompetenzen in das Standardmodell integriert werden. Von besonderer Bedeutung für die vorliegende Arbeit ist das Schlussfolgernde Denken IQ' , das für viele Forscher im Kern des Intelligenzkonzepts liegt. Entscheidend ist nun, dass im Rahmen des Standardmodells IQ' und M zwar assoziiert sein können (diese Korrelation ist durch den doppelköpfigen Pfeil zwischen M und IQ' dargestellt), aber prinzipiell als konzeptuell getrennte Konstrukte betrachtet werden: Die Leistung bei Mathematikaufgaben wird also nur von M und die Leistung bei Aufgaben zum Schlussfolgernden Denken aus einem Intelligenztest (z.B. Figurenanalogien) wird nur durch IQ' beeinflusst (Abb. 1a).

Das Standardmodell ist das vorherrschende Modell in der pädagogisch-psychologischen Forschung. Jedoch wird gegenwärtig in der Intelligenzforschung die Beziehung zwischen Intelligenz und mathematischer Kompetenz grundlegend anders aufgefasst. Insbesondere zeigen seit Spearman's (1904) bahnbrechender Studie hunderte von Untersuchungen, dass kognitive Leistungen über fachspezifische Domänengrenzen hinweg positiv korrelieren (Carroll, 1993). Diese positiven Korrelationen können durch eine generelle kognitive Fähigkeit IQ (was gemeinhin „Intelligenz“ genannt wird) erklärt werden. Im Rahmen der Intelligenzforschung gehen daher aktuelle Messmodelle kognitiver Kompetenzen, wie das *Nested-Faktormodells* (Abb. 1b, Gustafsson & Balke, 1993) davon aus, dass die Leistung bei Mathematikaufgaben einerseits von einer mathematikspezifischen Kompetenz M' aber andererseits auch von IQ beeinflusst werden. Im Nested-Faktormodell können also bessere Leistungen bei Mathematikaufgaben mit einer höheren Ausprägung

von M' und/oder einer höheren Ausprägung von IQ erklärt werden. Da schlussfolgerndes Denken im Kern der Intelligenzdefinition steht (Carroll, 1993) kann davon ausgegangen werden, dass Aufgaben zum schlussfolgernden Denken nur durch IQ beeinflusst werden. Weiterhin stellen M' und IQ zwei voneinander unabhängige Kompetenzen dar. Es besteht also kein systematischer (korrelativer) Zusammenhang zwischen M' und IQ .

Mit dem Standardmodell und dem Nested-Faktormodell existieren zwei alternative, theoretisch gestützte Messmodelle mathematischer Kompetenz. Jedoch wurden bislang Geschlechterunterschiede in Mathematik nahezu ausschließlich mit dem Standardmodell analysiert. Hierbei ist nun zu bedenken, dass – aus der Perspektive des Nested-Faktormodells – die beobachteten Geschlechterunterschiede bei Mathematikaufgaben auf Geschlechterunterschiede in M' und/oder Geschlechterunterschiede in IQ zurückgeführt werden können. Da im Standardmodell der Einfluss von M' und von IQ auf die Leistung bei Mathematikaufgaben nicht getrennt modelliert werden, vermengen Geschlechterunterschiede in M Geschlechterunterschiede in M' und IQ . Weiterhin ist zu bedenken, dass Geschlechterunterschiede in IQ nahezu Null sind (Neisser *et al.*, 1996). Zusammengenommen folgt daraus, dass die kleinen Geschlechterunterschiede, die bislang für M bei Anwendung des Standardmodells gefunden wurden, die tatsächlichen Geschlechterunterschiede in der mathematikspezifischen Kompetenz M' systematisch unterschätzen. Die Geschlechterunterschiede in der mathematischen Kompetenz M sind nur deshalb relativ gering, da bei Verwendung des Standardmodells die Geschlechterunterschiede in IQ nicht berücksichtigt werden. Im Umkehrschluß bedeutet dies, dass bei Verwendung des Nested-Faktormodells Geschlechterunterschiede in der mathematikspezifischen Kompetenz M' zu Gunsten der Jungen deutlich größer sein sollten als in M .

Diese theoretische Überlegung verifizierten wir empirisch mit repräsentativen Daten von 29.171 Neuntklässlern, die an der deutschen Erweiterung der PISA 2000 Studie teilnahmen (s. a. Brunner *et al.*, in Druck für eine ausführliche Darstellung der Analysen). Indikatoren der mathematischen Kompetenzen waren die zu Skalenscores zusammengefassten Leistungen bei Aufgaben, die technische Fertigkeiten (TF, s. Abb. 1), rechnerisches Modellieren (RM) oder begriffliches Modellieren (BM) erforderten. Aufgaben zum schlussfolgernden Denken waren Figuren- (FA) und Wortanalogien (WA). Anhand dieses Datensatzes konnten wir in unseren Analysen (Brunner *et al.*, in Druck, Tab. 2) die üblicherweise kleinen Geschlechterunterschiede in M bei Verwendung des

Standardmodells replizieren; der Leistungsvorsprung der Jungen betrug $d = .35$. Die interessante Frage war nun, um wieviel größer dieser Unterschied bei Verwendung des Nested-Faktormodells ist: Tatsächlich waren Jungen in diesem Modell deutlich besser als Mädchen in der mathematikspezifischen Kompetenz M' ; ihr Leistungsvorsprung ist hier mit $d = .94$ als groß zu betrachten. (Geschlechterunterschiede zu Gunsten der Mädchen in IQ' mit $d = -.08$ und IQ mit $d = -.09$ waren jeweils nahezu Null).

Insgesamt verdeutlichen unsere Analysen, dass die Größe von Geschlechterunterschieden in Mathematik substanziell von der Wahl des Messmodells mathematischer Kompetenz abhängig ist. Wie auch in nahezu allen bisherigen Studien fanden wir kleine Geschlechterunterschiede bei Verwendung des Standardmodells. Jedoch resultierten große Geschlechterunterschiede bei Verwendung des Nested-Faktormodells. Der Grund hierfür ist, dass im Standardmodell Geschlechterunterschiede in IQ bei der Berechnung von Geschlechterunterschieden in der mathematischen Kompetenz M nicht berücksichtigt werden. Da sowohl das Standardmodell als auch das Nested-Faktormodell theoretisch und empirisch gestützt werden (Brunner *et al.*, in Druck), hängt die Frage nach der Größe von Geschlechterunterschieden in Mathematik also von einer theoretischen „Glaubensfrage“ ab: Beeinflusst die generelle kognitive Fähigkeit (die „Intelligenz“) die Leistung bei Mathematikaufgaben (Nested-Faktormodell) oder nicht (Standardmodell)? Beantwortet man diese Frage mit „ja“, sind Geschlechtsunterschiede in Mathematik wesentlich größer als bisher angenommen.

Literatur

- [1] Brunner, M., Krauss, S., & Kunter, M. (in Druck). Gender differences in mathematics: Does the story need to be rewritten? *Intelligence*.
- [2] Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. New York: Cambridge University Press.
- [3] Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin*, 112, 155-159.
- [4] Gustafsson, J. E., & Balke, G. (1993). General and specific abilities as predictors of school achievement. *Multivariate Behavioral Research*, 28, 407-434.
- [5] Hyde, J. S., Fennema, E., & Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107, 139-155.
- [6] Neisser, U., Boodoo, G., Bouchard Jr., T. J., Boykin, A. W., Brody, N., Ceci, S. J., et al. (1996). Intelligence: Knowns and unknowns. *American Psychologist*, 51, 77-101.
- [7] Organisation for Economic Co-operation and Development. (2007). *Pisa 2006. Science competencies for tomorrow's world. Volume 1: Analysis*. Paris: OECD.
- [8] Spearman, C. (1904). "general intelligence," objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, 15, 201-293.