

Anita DORFMAYR, Wien

Vom Duplikat zum Original - Das didaktische Potenzial von Hintergrundbildern

Abstract: Einige neue Medien (z.B. GeoGebra) erlauben das Plotten von Funktionsgraphen auf Hintergrundbildern. Das didaktische Potenzial dieses Features ist breit gefächert. Neben dem darstellend-interpretierenden Arbeiten, dem Übersetzen von Zuständen aus der Alltagssprache in die Sprache der Mathematik, kann auch ein schöpferisch-kreativer Aspekt der Mathematik geweckt werden.

Neben allgemeinen didaktischen Überlegungen wird im Beitrag das Unterrichtsprojekt "Vom Duplikat zum Original" vorgestellt. Schüler lernen dabei, Bilder und Fotos mit Hilfe von Funktionsgraphen zu duplizieren und anschließend eigene Grafiken zu gestalten. Die Ergebnisse dieses Projektes lassen eine hohe Nachhaltigkeit des Erlernten vermuten.

1. Der österreichische Lehrplan

Das Thema Funktionen wird laut Lehrplan eines österreichischen Gymnasiums [3] von der 8. bis zur 12. Schulstufe behandelt. Die Schüler sollen Funktionen als eindeutige Zuordnungen kennen lernen, die als Graf, Term oder Tabelle dargestellt werden können, sowie mit verschiedenen Funktionsklassen arbeiten. Bei der Differential- und Integralrechnung stehen die Grundvorstellungen des Tangentenanstiegs und der Flächeninhaltsfunktion im Vordergrund. In Klassen mit mathematischem Schwerpunkt werden auch Themen wie Interpolation und numerische Integration behandelt.

Experimentell-heuristisches Arbeiten (zielgerichtetes Suchen nach Gesetzmäßigkeiten, Variieren von Parametern) ist ebenso zu trainieren wie darstellend-interpretierendes Arbeiten (Übersetzen von Zuständen in die Sprache der Mathematik, Wechsel von Darstellungsformen). Auch der schöpferisch-kreative Aspekt darf im Mathematikunterricht nicht zu kurz kommen. Die Schüler sollen zum selbsttätigen Arbeiten, Recherchieren, Dokumentieren, Argumentieren und Begründen angeleitet werden. Projektorientierter Unterricht, sowie der Einsatz neuer Medien sind ebenso vorgesehen wie die individuelle Förderung der Schüler.

Im Hinblick auf die geringe Anzahl an Unterrichtsstunden kommt die Gesamtheit dieser Forderungen einer Quadratur des Kreises gleich. Das im folgenden vorgestellte Projekt stellt einen Versuch dar, möglichst vielen dieser Forderungen des Lehrplans gerecht zu werden, und den Mathematikunterricht für die Schüler gleichzeitig spannend und lehrreich zu gestalten.

2. Projekt: Vom Duplikat zum Original

Bärbel Barzel präsentierte Schülern Screenshots wie in Abb. 1 und forderte sie auf, diese Bilder auf ihren Taschencomputern zu erzeugen [1, 2]. Bei der Vorlage, wie beim Ergebnis stehen Funktionsgrafiken im Vordergrund. Es handelt sich daher um eine vorwiegend innermathematische Aufgabenstellung.

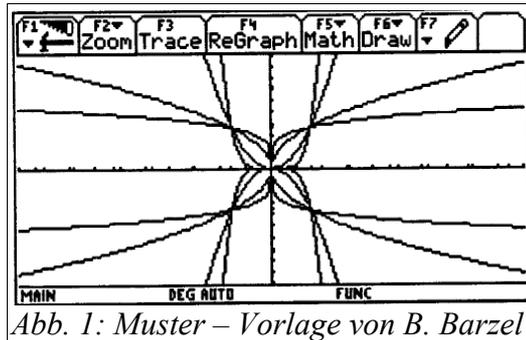


Abb. 1: Muster – Vorlage von B. Barzel

Neue Technologien wie GeoGebra erlauben das Einbinden von Hintergrundbildern und legen eine Weiterentwicklung von Barzels Idee nahe. Wir können Fotos als Vorlagen verwenden und die Schüler zum Verwenden stückweise definierter Funktionen anleiten. Spätestens wenn vom Schüler selbst erstellte Fotos verwendet werden, kann damit auch die Kreativität und Individualität der Schüler gefördert werden.

Projektidee und -ablauf

Ausgehend von dieser Idee wurde ein Projekt konzipiert und durchgeführt. Zuerst werden den Schülern Bilder vorgegeben, die sie mit Hilfe von Funktionsgrafiken nachbauen – duplizieren – sollten. In einem Fotoworkshop sollen die Schüler dann an Hand selbst erstellter digitaler Fotos das Erlernte trainieren. Die Auswahl der Motive wird dabei den Schülern überlassen. Dies ermöglicht leistungs-differenziertes Unterrichten und fördert die Individualität und Kreativität der Schüler. Den Abschluss des Projektes stellt der Schritt vom Duplikat zum Original dar. Die Schüler entwerfen eigene Motive, zB. Firmenlogos, und modellieren sie mit Funktionsgrafiken.

Das Projekt begleitet Schüler von der 8. bis zur 12. Schulstufe, wobei pro Jahr etwa vier Unterrichtsstunden vorgesehen sind: Von der 8. bis zur 10. Schulstufe stehen das Variieren von Parametern und das Modellieren mit verschiedenen Funktionsklassen und stückweise definierten Funktionen im Vordergrund. In der 10. oder 11. Schulstufe sollen die Kenntnisse im Rahmen des Fotoworkshops kreativ wiederholt und gefestigt werden. In der 11. und 12. Schulstufe können darauf aufbauend Fragen zur Differential- und Integralrechnung, v.a. Fragen zum Tangentenanstieg der (näherungsweise) Bestimmung von Flächeninhalten, behandelt werden [5].

Schon vor Projektstart sollten die Schüler Funktionen als Term und Graf darstellen und interpretieren können, sowie grundlegende Erfahrungen mit Modellierungsaufgaben haben. Von Vorteil wären Grundkenntnisse in der Bedienung von GeoGebra, das Arbeiten mit Schiebereglern und Erfahrung mit eigenverantwortlichem Arbeiten.

Exemplarische Aufgabenstellung mit Schülerlösung: Düne

Vorlage:

Bild aus Abbildung 2 als Datei

Aufgabenstellung:

1. Modellieren der Dünen in GeoGebra
2. Erstellen einer Anleitung zum Nachzeichnen
Jeder Schüler soll an Hand dieser Anleitung das Bild auch ohne Vorlage identisch in GeoGebra duplizieren können.
3. Erweiterung: Verwendung stückweise definierter Funktionen



Abb. 2: Düne [xxx]

Abbildungen 3 und 4 zeigen die Ergebnisse eines Schülers mit und ohne Verwendung stückweise definierter Funktionen. Er hat verschiedene Funktionstypen verwendet (Abbildung 2), war jedoch mit den „spitzen Übergängen“, die in Abbildung 4 gut erkennbar sind, nur wenig zufrieden. Dieser Schüler

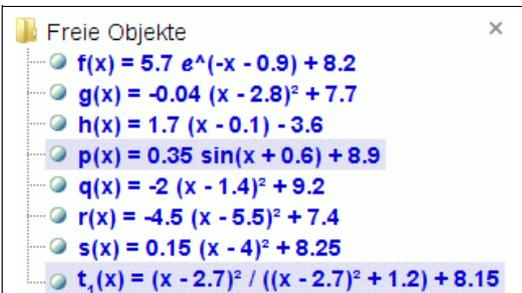


Abb. 3: Verwendete Funktionen - GeoGebra-Screenshot, Algebra Fenster

beschäftigte sich im Anschluss daran (freiwillig) intensiv mit Differentialrechnung, um das Ergebnis zu verbessern¹.

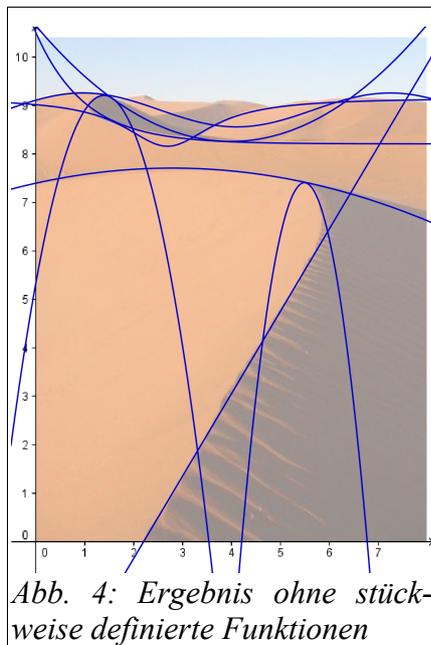


Abb. 4: Ergebnis ohne stückweise definierte Funktionen

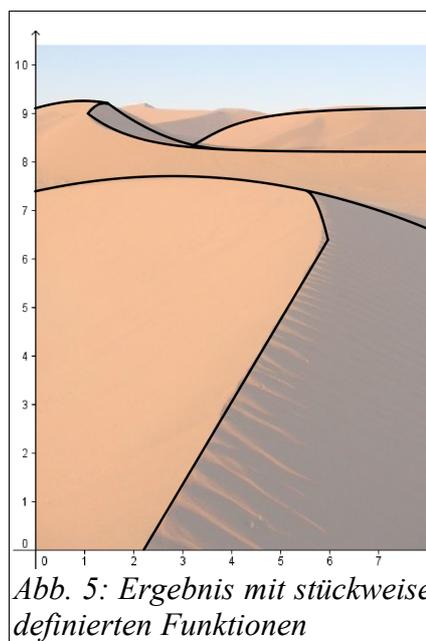


Abb. 5: Ergebnis mit stückweise definierten Funktionen

¹Zum Zeitpunkt des Vortrags arbeitete der Schüler noch an dieser Verbesserung.

Weiterführende Aufgabenstellungen

Im Rahmen der Differentialrechnung modellieren die Schüler den Bogen von St. Louis. Dabei sind auf maßstabsgetreue Skalierung der Koordinatenachsen zu achten und die Richtung der Fundamente zu bestimmen. [4]

Eine Aufgabe zum Thema (numerische) Integration kann schon vor der Einführung der Integralrechnung bearbeitet werden. Dabei sind die Grenzen eines an einem Flussufer liegenden Grundstücks zu modellieren und sein Flächeninhalt (näherungsweise) zu bestimmen. So sollen Schüler selbstständig Methoden zur numerischen Integration erarbeiten. [4] Im Zusammenhang mit einer möglichst guten Modellierung der Grundstücksgrenzen können auch Methoden zur Interpolation eingeführt werden. [5]

Verschiedene weitere Aufgabenstellungen und exemplarische Lösungen von Schülern werden bei [5] präsentiert.

3. Ergebnisse

Das Projekt läuft derzeit in einer 11. Schulstufe. Die Schüler sind gerade mit dem Höhepunkt des Projektes, dem Fotoworkshop, beschäftigt.

Die Bedienung von GeoGebra stellte von Anfang an keine Probleme dar. Die Schüler experimentierten schon ab der 9. Schulstufe ohne Aufforderung des Lehrers mit der Verknüpfung von Funktionen, zB. mit Beträgen von trigonometrischen Funktionen. Die Kompetenzen der Schüler im Bereich des Modellierens mit Funktionsgrafem sind mittlerweile recht groß. Sie verwenden stückweise definierte Funktionen selbstverständlich und variieren Parameter zielgerichtet. Besonders gut ist der Unterschied zwischen Funktionsgraf und Kurve klar geworden. Die Schüler sind hoch motiviert und investieren viel Zeit darin, möglichst „glatte Verknüpfungen“ zwischen Funktionsgrafem zu erzielen. Dafür werden Methoden der Differentialrechnung als hilfreich erkannt und gern verwendet. Das oberste Ziel ist Motivation genug: Ein „schönes“ Ergebnis, dessen Motiv auch ohne Hintergrundbild erkennbar ist.

Literatur

- [1] BARZEL Bärbel: Ich bin eine Funktion, in: Mathematik Lehren Heft 98, Friedrich Verlag Seelze 2000 S.39f.
- [2] BARZEL Bärbel: Bilder schaffen mit Graphen, in: Mathematik Lehren Heft 102, Friedrich Verlag Seelze 2001, S.12-15.
- [3] Österreichischer Lehrplan für die AHS: http://www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/lp/Lehrplaene_der_Allgemein2102.xml [30.01.2008]
- [4] Medienvielfalt im Mathematikunterricht, 2005-2006
<http://www.austromath.at/medienvielfalt> [30.01.2008]
- [5] DORFMAYR Anita: <http://www.dorfmayr.org/Materialien/> [30.01.2008]