

Alexander JORDAN, Bielefeld & Stefan KRAUSS, Kassel

## **Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht**

Im Rahmen des DFG-Projekts „Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz“ (kurz: COACTIV) wurden die Mathematiklehrkräfte, deren Klassen an den PISA-Erhebungen 2003 und 2004 teilnahmen, befragt und getestet. Um die Qualität der im deutschen Mathematikunterricht gegen Ende der Sekundarstufe I eingesetzten Aufgaben zu untersuchen, wurden von diesen Lehrkräften Mathematikaufgaben eingesammelt, die sie in ihren Klassen (Jahrgangsstufe 9 und 10) im Schuljahr 2003/2004 verwendet hatten (im Unterricht, in Klassenarbeiten oder in Hausaufgaben). Diese Aufgaben (ca. 45.000) wurden anhand eines in COACTIV entwickelten Klassifikationsschemas beurteilt. Dabei sollte der Frage nachgegangen werden, welches Potential diese Aufgaben für Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht bieten. In diesem Beitrag werden das Klassifikationsschema kurz vorgestellt und ausgewählte Ergebnisse berichtet. Eine ausführlichere Fassung kann in Jordan et al. (2006) und Jordan et al. (eingereicht) nachgelesen werden. Weitere Informationen zur COACTIV-Studie sind unter [www.mpib-berlin.mpg.de/coactiv/index.htm](http://www.mpib-berlin.mpg.de/coactiv/index.htm) zu finden.

### **1. Das Aufgabenklassifikationsschema**

Um das Potential von Aufgaben für die Gestaltung von Lernprozessen im Mathematikunterricht detailliert untersuchen zu können, wurden alle eingesammelten Aufgaben nach verschiedenen Kategorien mit Hilfe eines in COACTIV entwickelten Klassifikationsschemas beurteilt. Die Kategorien des Schemas reichen dabei von eher technischen Kategorien (z.B. mathematisches Stoffgebiet der Aufgabe) bis hin zu Kategorien, die nur vor dem Hintergrund eines didaktischen Rahmenkonzepts mathematischen Arbeitens zu verstehen sind (z.B. Typen mathematischen Arbeitens, vgl. Neubrand 2003). Dabei ging es insbesondere auch darum, möglichst breit bereits vorhandene Konstrukte zur Kategorisierung von Aufgaben abzubilden. Ziel war letztlich die pragmatische Zusammenstellung einschlägiger Kategorien sowie deren theoretisch begründete Strukturierung in übergeordneten Dimensionen. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die Kategorien sowie die übergeordneten Dimensionen des Aufgabenklassifikationsschemas.

<b>Dimension</b>	<b>Kategorie</b>	<b>Bedeutung der Ausprägungen</b>
A- Inhaltlicher Rahmen	1-Stoffgebiet	1=Arithmetik, 2=Algebra, 3=Geometrie, 4=Stochastik
	2-Curriculare Wissensstufe	1=Grundkenntnisse, 2=Einfaches Wissen der Sek. I, 3=Anspruchsvolles Wissen der Sek. I
B- Kognitiver Rahmen	3-Typ mathe- matischen Ar- beitens	1=Technische Aufgabe, 2=rechnerische Aufgabe, 3=begriffliche Aufgabe
C- Kognitive Elemente des Model- lie- rungskreis- laufs	4- Außerma- thematisches Mo- dellieren	0=Nicht benötigt, 1=Standardmodellierungen, 2=Mehrschrittige Modellierungen, 3=Modellreflexion, -validierung, -eigenentwicklung
	5-Innermathe- thematisches Modellieren	0=Nicht benötigt, 1=Standardmodellierungen, 2=Mehrschrittige Modellierungen, 3=Modellreflexion, -validierung, -eigenentwicklung
	6-Grundvor- stellungen	0=Nicht benötigt, 1=Eine elementare GV oder (trivia- le) Kombination von verwandten elementaren GV, 2=Eine erweiterte GV oder eine nicht-triviale Kom- bination von elementaren GV oder eine nicht-triviale Kombination von elementaren, aber nicht verwandten GV, 3=Mehr als dies
	7-Umgehen mit mathematikhal- tigen Texten	0=Nicht benötigt, 1=Unmittelbares Textverstehen, 2=Textverstehen mit Umorganisation, 3=Verstehen logisch komplexer Texte
	8-Mathemati- sches Argumen- tieren	0=Nicht benötigt, 1=Standardbegründungen, 2=Mehrschrittige Argumentationen, 3=Entwicklung komplexer Argumentationen oder Beurteilen von Argumenten
	9-Umgehen mit mathematischen Darstellungen	0=Nicht benötigt, 1=Standarddarstellungen, 2=Wechsel zwischen Darstellungen, 3=Beurteilen von Darstellungen
D- Lösungs- raum	10- Bearbeitungs- richtung	1=vorwärts, 2=rückwärts
	11-Anzahl der eingeforderten Lösungswege	0=kein Lösungsweg, 1=ein Lösungsweg, 2=mehrere Lösungswege

**Tabelle 1: Überblick über ausgewählte Kategorien des Klassifikationsschemas**

## 2. Ein Aufgabenbeispiel

*31 Cent*

Wie kannst du einen Geldbetrag von genau 31 Cent hinlegen, wenn du nur 10-Cent-, 5-Cent- und 2-Cent-Münzen zur Verfügung hast? Gib alle Möglichkeiten an und erläutere dein Vorgehen.

Betrachtet man bezüglich der in Tabelle 1 genannten Kategorien die Aufgabe *31 Cent*, so gehört diese zum Stoffgebiet Arithmetik („1“) und zu den

begrifflichen Modellierungsaufgaben („3“). Für die Bestimmung der curricularen Wissensstufe ist entscheidend, dass dabei die für ein erfolgreiches Aufgabenlösen nötigen Wissens Elemente (Arbeiten mit Größen) und der diesbezügliche Umgang mit natürlichen Zahlen bereits in der Grundschule behandelt werden („1“). Diese Aufgabe erfordert zudem ein einfaches Verständnis eines mathematischen Textes. Diesen muss man auf einem eher niedrigen Niveau sinnentnehmend lesen können („1“). Dabei geht es neben dem Ausführen einer anspruchsvollen innermathematischen Modellierung („3“) auch um komplexes Argumentieren („3“). Es müssen verschiedene Möglichkeiten systematisch durchgespielt und es muss sorgfältig begründet werden, warum alle Fälle gefunden wurden. Dabei sind der rechnerische Anspruch und auch die Intensität mathematischer Grundvorstellungen (es genügt eine elementare Grundvorstellung vom Addieren) offensichtlich sehr gering („1“). Zudem verläuft die Richtung der Auseinandersetzung entgegen der in der Mathematik üblichen Denkrichtung („2“), wobei kein Lösungsweg explizit gefordert ist („0“).

### **3. Ergebnisse**

Bei den Analysen stellte sich heraus, dass das kognitive Aktivierungspotential der Aufgaben im Mathematikunterricht in Deutschland sehr niedrig ausgeprägt ist. Der durchschnittliche Wert in der Kategorie „Mathematisches Argumentieren“ über alle 45.000 Aufgaben war beispielsweise 0,06 (bei einer Skala von 0-3). Die Werte für die anderen Kategorien sind ähnlich niedrig. Daraus kann gefolgert werden, dass die Möglichkeit, Schülerinnen und Schüler über qualitätsvolle Aufgaben möglichst umfassend zu fördern, nur unzureichend genutzt wird. Die in Deutschland eingesetzten Aufgaben sind sehr homogen: Mathematisches Argumentieren findet kaum statt, die Aufgabentexte sind sprachlich wenig anspruchsvoll, außermathematische und innermathematische Bezüge werden im Sinne des Modellierens nur wenig hergestellt. Auch weitere Indikatoren für das kognitive Aktivierungspotential weisen auf einen kognitiv anregungsarmen Unterricht hin (vgl. Kunter et al., 2006). Die Schulformen unterscheiden sich zwar im Grad der Ausprägung dieser Indikatoren, doch finden diese Unterschiede auf einem insgesamt sehr niedrigen Niveau statt. Den Lernenden werden also im Hinblick auf diese Kategorien für die kognitive Aktivierung nur wenige Lerngelegenheiten präsentiert. Dass dieses geringe Potential zur kognitiven Aktivierung nicht nur aus theoretischer Sicht beklagenswert ist, sondern auch praktische Implikationen hat, konnte ebenfalls im Rahmen von COACTIV unter Nutzung der PISA-Schülerdaten gezeigt werden. So ließ sich in längsschnittlichen Analysen nachweisen, dass Schulklassen, in denen Aufgaben mit *relativ* höherem kognitiven Potential gestellt wurden

(auch wenn dies nur selten der Fall war), deutlich bessere Leistungen im PISA-Mathematiktest der Klasse 10 aufwiesen (vgl. Kunter et al. 2006). Die wichtige Rolle, die den im Mathematikunterricht verwendeten Aufgaben zur Förderung mathematischer Kompetenzen theoretisch zugeschrieben wird, wird durch diese Befunde eindrucksvoll gestützt. Berücksichtigt man im Zusammenhang mit diesen Resultaten aktuelle bildungspolitische Veränderungen wie die Einführung der Bildungsstandards in allen Schulformen, so muss konstatiert werden, dass es auch nach mittlerweile mehreren Jahren intensiver Bemühungen zur Verbesserung der Aufgaben- und Unterrichtsqualität, wie sie in Programmen wie SINUS und SINUS-Transfer seit 1998 vorgenommen wurden, noch nicht hinreichend gelungen ist, eine kognitiv anregende Aufgabenkultur in den Schulen breit zu verankern. Dies ist aus unserer Sicht aber eine notwendige Bedingung für eine erfolgreiche Implementation der Standards (siehe Blum et al. 2006). Gerade im Sinne der damit einhergehenden zentralen Prüfungen ist es notwendig, dass Lehrerinnen und Lehrer ein kognitiv reichhaltiges Aufgabenmaterial im Unterricht darbieten. Nur so ist eine erfolgreiche Implementation der Standards und die damit intendierte nachhaltige Verbesserung des Mathematikunterrichts in Deutschland möglich. Hier sind Fachdidaktik und Lehrerbildung gleichermaßen gefordert, praktikable Konzepte zu liefern.

## Literatur

- [1] Blum, W. et al. [2006]: *Bildungsstandards Mathematik: konkret*. Berlin: Cornelsen-Scriptor.
- [2] Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Löwen, K., Brunner, M. & Kunter, M. [2006]: *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben. Materialien aus der Bildungsforschung*. Berlin: Max-Planck-Institut.
- [3] Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Blum, W., Neubrand, M., Ross, N., Brunner, M., Kunter, M. & Baumert, J. (eingereicht): Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterrichts. In: *Journal für Mathematikdidaktik*.
- [4] Kunter, M., Dubberke, T., Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Löwen, K., Neubrand, M. & Tsai, Y. [2006]: Mathematikunterricht in den PISA-Klassen 2004: Rahmenbedingungen, Formen und Lehr-Lernprozesse. In: PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.): *PISA 2003. Untersuchungen im Verlauf eines Schuljahres*. Münster/ New York – München/ Berlin: Waxmann, S. 161-194.
- [5] Neubrand, M. [2006]: „Mathematical Literacy“/ „Mathematische Grundbildung,,: Der Weg in die Leistungstests, die mathematikdidaktische Bedeutung, die Rolle als Interpretationshintergrund für den PISA-Test. In: *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* 6 (3), S. 338-356.