Gert KADUNZ, Klagenfurt

Schema und Gebrauch

Eher vonseiten einer Philosophie der Mathematik als aus mathematikdidaktischer Position wird die Frage nach dem ontologischen Status der Begriffe der Mathematik gestellt. Mit aller Vorsicht gesprochen, bemüht man sich in entsprechenden Überlegungen um die „Existenz“ mathematischer „Objekte“. Zugegebenermaßen werden Lernende im Regelunterricht damit ihre Lehrenden kaum konfrontieren. Gleichwohl findet man Unterrichtssituationen, in denen von den Lernenden ein Bedürfnis formuliert wird, dessen Erfüllung bzw. dessen Beantwortung eng mit der eben formulierten Frage nach der „Existenz“ verknüpft ist. Sowohl aus der eigenen Unterrichtserfahrung als auch aus Gesprächen mit unterrichtenden KollegInnen ist mir folgender Satz von Lernenden bekannt: „Mathematik verstehe ich, wenn ich hinter die Dinge blicke, die im Mathematikunterricht vorgestellt wurden.“ Hinter die Dinge blicken, also hinter die Symbole der Algebra, die Konstruktionen der Geometrie oder die Zeichen der Analysis und auch hinter deren Verwendungsweisen ermöglicht, so diese Vorstellung, den Zugriff auf die Wahrheiten der Mathematik. Erst wenn sich ein solcher Zugang zeigt, so als ob man eine Tür zu einem anderen Raum öffnet, erkennt man die Mathematik, wie sie wirklich ist. Dann, so wird erhofft, versteht man sie in ihren Facetten.

Mit diesem Bedürfnis nach dem Blick hinter die Dinge, und dies wird nicht nur von Lernenden so formuliert, ist oft eine bestimmte ontologische Sicht auf Mathematik verknüpft. Man kann diese mit aller Vorsicht als platonistisch bezeichnen. Ein Blick in die Geschichte der Philosophie zeigt unterschiedlichste Sichtweise und Positionen of den ontologischen Status der Mathematik (vgl. Hart, 1997). Die in den folgenden Überlegungen skizzenhaft vorgestellte Position ist weniger eine philosophische als vielmehr eine unterrichtspraktische. Sie verfolgt das Ziel, Lernenden zu zeigen, dass dieses ihr Lernen oft hemmende Bedürfnis nach der Suche nach Wahrheiten hinter den Dingen ihr Verständnis von Mathematik nicht notwendig fördert. Insofern könnte mein Unternehmen auch als ein psychologisches gesehen werden, wenngleich an keiner Stelle auf Psychologie Bezug genommen wird. Meine Überlegungen sind aber auch in keiner Weise so angelegt, dass daraus eine Entscheidung zugunsten eines speziellen ontologischen Standpunktes abgeleitet werden könnte. Ziel ist es, den Mathematik Lernenden bei Ihren Tätigkeiten zur Seite zu stehen, sie zu orientieren und ihnen dabei gleichzeitig eine vielleicht erfolglose Suche zu ersparen.

Eine theoretische Orientierung

Um meine Gedanken, wie man Lernende in dieser Frage beraten bzw. unterstützen könnte, zu entfalten, werde ich in knapper Form Ausführungen zum Verhältnis von Schema und Gebrauch bzw. Struktur und Handlung vorstellen und dabei die gegenseitige Bedingtheit von Schema und Gebrauch beschreiben. Es wird sich zeigen, dass dem Gebrauch – man könnte also auch sagen, dass der Handlung – eine für das Schema konstitutive Rolle zukommt, welche die Beziehung „das Schema regelt den Gerbrauch" nicht auf den Kopf stellt, sondern die Zweitrangigkeit des Gebrauches gegenüber dem Schema aufhebt. Insofern tritt das Schema, das hinter den Zeichen der Mathematik vermutet wird buchstäblich in den Vordergrund. Erfolgreiche Mathematik zeigt sich *sichtbar* im Gebrauch. Eine mögliche theoretisch fundierte Beschreibung von Handlungen – abseits der Vielzahl von Publikationen zu einem handlungsorientierten Unterricht – erlaubt die Semiotik des Charles S. Peirce und sein diagrammatisches Denken. Darauf wird am Ende meiner Ausführungen kurz verwiesen.

In einer Reihe von Arbeiten hat sich Sybille Krämer zum Thema *Schema und Gebrauch* geäußert (z.B. Krämer, 2004). In Sprache und Sprechen (Krämer, 2002), einer Arbeit die im Folgenden paraphrasiert wird, beschäftigt sie sich explizit mit Alternativen zu einer platonistischen Sicht auf Sprache. Nun ist es nicht eine der Kernaufgaben der Mathematikdidaktik, sich um sprachphilosophische Probleme zu bemühen. Alleine die Vorschläge, die Krämer offeriert, lassen sich per Analogie auf Fragen des Lernens von Mathematik insbesondere auf die eingangs formulierte Frage nach einer Mathematik, die sich hinter den Dingen befindet, verwenden[1]. Insofern besitzen sie eine gewisse „therapeutische" Wirkung. Welche Therapie bietet Krämer an?

Sie gründet ihre Untersuchung auf der Frage, ob „die Unterscheidung zwischen universellem Gebrauch und partikulären Schema ein sinnvolles Instrument des Sprachdenkens ist?" (S. 97). Ich überspringe Krämers Ausführungen zu platonistisch orientierten Sprachtheorien, welche das Sprechen durch dessen Orientierung an Regeln erklären, welche dem Sprechen logisch und genealogisch voraus gehen. Eine Alternativposition findet Krämer bei Autoren, welche eine solche gleichsam hierarchische Unterscheidung zur Erklärung von Sprache und Sprechen für nicht ziel führend erachten (vgl. S.111 ff). Für mein Unternehmen bedeutet dies, den Vorrang einer nicht greifbaren, sich dem Blick entziehenden Mathematik und deren Vorrang vor dem Mathematik treiben anzuzweifeln und gleich-

[1] Beispielhaft sei im Sinne der angesprochenen Analogie Kadunz 2006 erwähnt.

sam eine ontologische Rückstufung oder ontologische Gleichstellung anzubieten. Krämer konzentriert sich auf vier Autoren, um diese Gleichstellung für das Verhältnis von Sprache und Sprechen zu begründen. Es sind dies: Derrida, Wittgenstein, Luhmann und Davidson. Von diesen vier Personen sollen die Gedanken Wittgensteins, wie sie Krämer berichtet, eine mögliche Basis meiner Argumentation sein. Die Auflösung der Hierarchisierung Sprache- Sprechen und dann analog Mathematik-Mathematik betreiben erläutert Wittgenstein am Verhältnis von Regel und Regel folgen. Für ihn zählen Regeln zu den diskursiven Phänomenen, wobei innerhalb eines Diskurses keine übergeordnete Position eingenommen werden kann. Die Formulierung einer Regel und das Befolgen einer Regel sind Praktiken, die unterschiedlich sein können. Wenn wir (allgemeine) Regeln aufstellen, sei es in der Gestalt von Idealen, Paradigmen und Typen, so dienen diese als Maßstab zur Ordnung von Phänomenen. Ein Phänomen, so schreibt Krämer, welches wir uns als Typ oder als Regel vor Augen halten, ist nichts anderes, als eine besondere Verwendungsweise dieses Phänomens. Diesen Regeln ist jedenfalls gemeinsam, dass sie zu einem speziellen Zweck erdacht und verwendet werden.

Wendet man sich nun mit Wittgenstein dem Verhältnis von Regel und Regelbefolgung[2] (Schema und Gebrauch), so findet sich zwischen Regel und Handlung keine unmittelbare und geradlinige Verbindung. Dies hat zwei Ursachen. Zuerst ist zu bemerken, dass Regeln jeweils unterschiedlich gedeutet und interpretiert werden können. Insbesondere regeln Regeln ihre eigenen Anwendungen nicht. Folgen wir einer Regel, so deuten wir sie nicht. Wird hingegen eine Regel interpretiert, so erfolgt dies in Situationen, in denen wir uns orientieren, wir uns etwas überlegen. Eine praktische Handlung wird unterbrochen. Während der Handlung selbst folgt man der Regel blind. Der Gebrauch leitet uns dazu an. Man denke hier an das klassische Beispiel der schriftlichen Addition, welche ohne expliziten Rekurs auf die Additionsregeln gleichsam automatisch abgearbeitet wird. Insofern meint Wittgenstein (vgl. Krämer, 2002, S. 116), dass nicht die Regel vorgibt, wie *praktisch* zu handeln ist, sondern die Praxis zeigt, wie einer Regel zu folgen ist.

Was bedeutet dies für unsere Fragestellung und welche Antwort bzw. mathematikdidaktische Vorschläge können wir unseren Lernenden unterbreiten?

Zunächst können wir den Hinweis geben, dass Regeln, Schemata oder

---

[2] Eine lesenswerte Einführung in Wittgensteins Gedanken zur Mathematik und dort zu Themen wie Regel, Befolgen einer Regel, Schließen, Beweise oder Begriffe findet man bei Ramharter 2006.

Strukturen zu verstehen und zu wissen, wie ihnen zu folgen ist, sich aus der Praxis ergibt. Nicht der Blick hinter die Phänomene zeigt uns die Struktur, sondern der Blick auf die Phänomene. „Denk nicht, sondern schau“ formuliert Wittgenstein (Wittgenstein, §66) provozierend.

Weiters ist an zweierlei denken. Wenn wir das Verstehen von Mathematik auch als ein Verstehen von Strukturen sehen wollen, und wenn uns diese im Sinne des Schauens gleichsam vor Augen liegen, so ist vor allem mit dem Sichtbaren zu handeln. Einen strukturierten Ansatz bietet hier die Semiotik des Charles S. Peirce unter dem Titel des diagrammatischen Denkens. Damit hat Peirce ein Modell vorgelegt, wie Handlungen mit bestimmten Zeichen, die er Diagramme (Hoffmann, 2006) nennt, neues Wissen gewonnen werden kann. Es ist aber nicht nur, dass wir neues Wissen generieren können, sondern es ist auch das „wie“ dieser Konstruktion, das bemerkenswert ist. Nicht der suchende Blick durch die Diagramme, sondern der immer neue Blick auf die Diagramme, in die wir immer neue Muster hineinsehen, ermöglicht die Erzeugung dieses Wissens.

Ein letzter Punkt sei noch angemerkt. In der von Wittgenstein vorgeschlagenen Praxis und der daraus zu folgernden ontologischen Entlastung zeigt sich auch ein anderes Phänomen. Wenn verstehen von Strukturen und Regeln aus dem Handeln aber auch aus dem Beobachten von Handeln entstehen kann, so ist jenen Personen, welche Handlungen im Unterricht inszenieren, anstoßen und lenken – den Lehrenden – unter Bezug auf die oben genannten Positionen entsprechende Aufmerksamkeit zu schenken. Darüber ist nachzudenken.

Literatur

Hoffmann, M. H. G. (2005). Erkenntnisentwicklung. Frankfurt am Main, Vittorio Klostermann.

Kadunz, G. (2006). "Schrift und Diagramm: Mittel beim Lernen von Mathematik." Journal für Didaktik der Mathematik 27(3/4): 220-239.

Krämer, S. (2002). Sprache und Sprechen: Wie sinnvoll ist die Unterscheidung zwischen einem Schema und seinem Gebrauch. In S. Krämer & E. König (Hrsg.), *Gibt es eine Sprache hinter dem Sprechen?* (S. 97-125). Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Krämer, S. (Hrsg.). (2004). *Performativität und Medialität*. München: Wilhelm Fink Verlag

Ramharter, E. und A. Weiberg (2006). *Die Härte des logischen Muß. Wittgensteins Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Berlin, Parerga.

Hart, W. (Hrsg.). (1997). The Philosophy of Mathematics. Oxford, Oxford University Press.

Wittgenstein, L. (1977).: Philosophische Untersuchungen. Frankfurt am Main, Suhrkamp.