

### **1. Einleitung**

Euklidische Geometrie ist einer der Grundbereiche in der Schulmathematik. Geometrische Begriffe, die in den ersten Schuljahren entwickelt werden, dienen als Darstellungsmittel in verschiedensten Bereichen der Mathematik.

Der Computer ist heute ein alltägliches Werkzeug auch für die Schüler der Primarstufe. Sie werden mit der Arbeit am Computer meistens bereits zuhause bekannt - nach wie vor steht aber ein "Computerunterricht" gleich nach dem Schuleintritt an allen Grundschulen in Slowenien im Angebot. In diesem Beitrag wird eine Pilotuntersuchung zu Verwendung von DGS (Dynamische Geometrie-Software) im Mathematikunterricht der 4. Klasse (Primarstufe) vorgestellt.

Die Untersuchung "*Narišimo premico*" ("*Lass uns eine Gerade zeichnen*") wurde im Dezember 2007 und Januar 2008 mit den Schülern des 4. und 5. Schuljahr an 5 Grundschulen in Maribor (Slowenien) durchgeführt - und dient als Pilotuntersuchung für ein im Schuljahr 2008/09 geplantes Projekt.

### **2. Geometrie in der Primarstufe**

Geometrie, zeichnet sich im Schulmathematik durch verschiedene Aspekte aus (Schwartz 1984).

(a) Geometrie ist eines der elementarsten mathematischen Modelle.

Durch das Beobachten der Umgebung bilden Schüler bereits sehr früh ein mathematisches/geometrisches Modell, indem sie die Objekte aus ihrer Umgebung als reine Formen beobachten und darstellen.

(b) Geometrie ist eine der einfachsten symbolischen Sprache innerhalb der Mathematik.

(c) Geometrie bietet Objekte und Techniken an, die das Darstellen/Visualisieren von einem breiten Spektrum mathematischer Begriffe aus verschiedenen Bereichen der Mathematik ermöglichen.

(d) Geometrie kann als einer der Aspekte mathematischer Begriffe angesehen werden.

Wegen (a) und (b) spielt die Geometrie in den ersten Schuljahren, neben der elementaren Arithmetik, eine Schlüsselrolle bei der Entwicklung des mathematischen Denkens und der Kommunikation in der und über die Mathematik (Vollrath 1981). Wegen (c) und (d) ist es besonders wichtig, dass die elementaren geometrischen Begriffe in der Primarstufe mathematisch adäquat eingeführt werden.

Einer dieser Grundbegriffe der Euklidischen Geometrie, der gleich in den ersten Schuljahren eingeführt wird, ist die Gerade.

### 3. Gerade

Nach dem slowenischen Lehrplan wird der Begriff *Gerade* (gemeinsam mit der Halbgerade und der Strecke) im 4. Schuljahr als "**Eine Gerade ist eine unendlich lange gerade Linie**" eingeführt.

Die Schüler werden mit dem Namen bekannt sowie mit den abstrakten Eigenschaften des Begriffs:

- "*gerade*" (als eine Unveränderbarkeit der Richtung)
- "*unendlich*" (unendlich fortgesetzt in beiden Richtungen)

Die erste der beiden Eigenschaften wird in einer traditionellen Bleistift-Papier Umgebung mit dem Zeichnen der Gerade entlang eines Lineals dargestellt.

Die zweite Eigenschaft (die Unendlichkeit) kann jedoch mit traditionellen Mitteln kaum veranschaulicht werden. Dieser Aspekt der Gerade kommt oft nur in der Ausgangsbeobachtung/Handlung zur Deutung (durch Ausgangsmodelle wie zB. geraden Flugzeugspuren auf dem Himmel). Obwohl *Gerade* ein Grundbegriff der Geometrie ist, ist es ein sehr abstraktes mathematisches Modell und bei manchen Schülern werden nicht alle Aspekte dieses Begriffs entsprechend entwickelt. Das führt zu einer nichtadäquaten Vorstellung und verschiedenen Missdeutungen.

Im ersten Teil der Pilotuntersuchung "Narišimo premico" (mit 93 Schülern des 5. Schuljahres an 5 Grundschulen, im Dez. 2007) wurde gezeigt, dass die häufigsten Fehlvorstellungen in Verbindung mit dem Begriff *Gerade*, mit der Eigenschaft der Unendlichkeit (*Gerade wird unendlich fortgesetzt, unendliche Anzahl der Punkte auf der Gerade*) verbunden sind.

Diese Fehlvorstellungen zeigen sich in verschiedenen Formen:

1.) Schwache Visualisierungsfähigkeit des Begriffs - insbesondere der Eigenschaft "*konstante Richtung*". Die Frage:

*Haben zwei gezeichnete Geraden einen Schnittpunkt?* (3.1. - Abb.1)

haben 79,6% der befragten Schüler mit "nein" (4,3% mit "ja") beantwortet.

2.) Nichtadäquate Vorstellung der *Gerade* als "*Menge von unendlich vielen Punkte*". Die Frage:

*Wie viele Punkte sind gezeichnet auf dieser Zeichnung?* (3.2.- Abb.2)

haben 83,8% der Schüler mit "3" beantwortet - und keiner mit "unendlich".

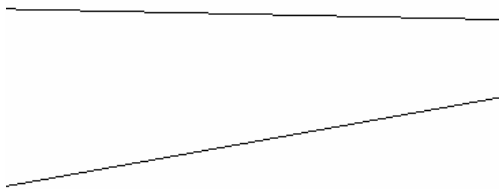


Abb. 1

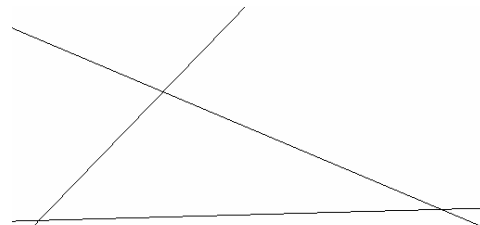


Abb. 2

3.) Die charakterisierenden Eigenschaften einer Gerade sind nur zum Teil präsent. Auf die Frage:

*Was sind die wichtigsten Eigenschaften einer Gerade?* (3.3.)

haben 39,8 % der Schüler mit "*sie läuft gerade*" beantwortet. Keiner der Schüler hat erwähnt, dass die Gerade unendlich ist.

#### **4. DGS - Werkzeug zur Konstruktion einer Gerade**

Durch zahlreiche empirische sowie theoretische Untersuchungen wurde gezeigt, dass eine didaktisch angemessene Verwendung von DGS sehr unterstützend bei der Entwicklung mathematischer Begriffe wirken kann (Kokol-Voljc 1999, Laborde 2003). Bereits in den ersten Schuljahren lassen sich DGS Programme im Unterricht didaktisch einsetzen um damit eine adäquate Entwicklung geometrischer Begriffe zu fördern (Kokol-Voljc 2003).

##### Ein Experiment:

In der Pilotuntersuchung "Narišimo premico" wurde im 2. Teil das Computerprogram "*Cabri Geometre II Plus*" als ein zusätzliches Werkzeug bei der Konstruktion einer Gerade eingesetzt.

Die Untersuchung wurde mit 2 Parallelklassen (4. Schuljahr: 4.a, 4.b) durchgeführt. In der Klasse 4.a (21 Schüler) wurde das Thema "Gerade" traditionell (ohne Computer) eingeführt und geübt. In der Klasse 4.b (18 Schüler) wurde in 2 Unterrichtseinheiten zum Thema Gerade (Einführungsstunde, Übungsstunde) zusätzlich zu den traditionellen Zugängen (Papier Bleistift, Tafel) auch am Computer gearbeitet:

##### 1. Einführungsstunde<sup>1</sup>:

- Phase 1: Beobachtung langer gerader Spuren in der Natur
- Phase 2: Eine lange gerade Linie wird mittels Bleistift und Lineal gezeichnet und als Gerade benannt
- Phase 3: Gerade wird bezeichnet ( $p$ ,  $n$ ,  $g$ , ...)
- Phase 4: Geraden werden mittels *Cabri Geometre II Plus* gezeichnet (10 Min samt der Erklärung der Arbeit)

##### 2. Übungsstunde:

In der Übungsstunde zu Thema: "Gerade, Halbgerade, Strecke" wurde 15 Min am Computer mittels *Cabri Geometre II Plus* in verschiedenen Farbe gezeichnet (Geraden, Halbgeraden, Strecken) - und der Bildschirm (d.h. die Zeichnung auf dem Bildschirm) beobachtet (Bild bewegt).

##### Ergebnisse:

3 Wochen nach den Unterrichtseinheiten zum Thema Gerade wurde in den Klassen 4.a und 4.b eine Befragung durchgeführt (mit dem gleichen

---

<sup>1</sup> In der gleichen Unterrichtseinheit wird auch der Begriff der Halbgerade eingeführt

Fragebogen, der im Dez. 2008 in den 5. Klassen verwendet wurde) - mit folgendem Ergebnis:

Frage	Antwort	4.a (traditionell)	4.b (mit DGS)	5. Klasse
3.1.	"Nein"	71,4 %	33,3%	79,6 %
	"Ja"	9,5%	44,4%	4,3 %
3.2.	"3 Punkte"	66,7%	55,6 %	83,8 %
	unendlich viele	4,8 %	22,2 %	-
3.3.	- läuft gerade	47,6 %	50 %	34 %
	- ist unendlich	4,7 %	27,8 %	0 %

## 5. Schlussbemerkungen

Aus den Ergebnissen der vorgestellten Pilotuntersuchung lässt sich vermuten, dass der Einsatz von DGS bei der Einführung des Begriffs *Gerade* in der 4. Schuljahr eine unterstützende Wirkung auf die Begriffsentwicklung hat.

Die dem Begriff zugrunde liegende Eigenschaften: "*konstante Richtung*" und "*unendliche Punktmenge*", werden bei der Verwendung von DGS - zusätzlich zu der traditionellen Konstruktionen mit Bleistift und Lineal - bei mehr Schülern adäquat entwickelt, als wenn die Gerade nur mit Bleistift und Lineal konstruiert wird. Damit wird durch die Verwendung von DGS die Entwicklung der mathematisch-theoretischen Bedeutung mathematischer Begriffe unterstützt. Dabei werden Bleistift und Lineal nicht durch Computer ersetzt, sondern ergänzt und bereichert.

## Literatur:

- KOKOL-VOLJČ, V.(1999): Dynamische Geometrie-Software und mathematische Begriffsbildung. In: UBRAND, M. (ed.): *Beiträge zum Mathematikunterricht: Vorträge auf der 33. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 1. bis 5. 3. 1999 in Bern*. Hildesheim: Franzbecker, 1999, pp. 305-308.
- KOKOL-VOLJČ, V.(2003): Early development of mathematical concepts using dynamic geometry. In: WEI-CHI, Y. (ed.): *Proceedings of the Eighth Asian Technology Conference in Mathematics : December 15-19, 2003, Chung Hua University, Hsinchu, Taiwan*. Blacksburg (VA): ATCM, 2003, pp. 202-209.
- LABORDE C. (2001): Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 6(3), 283-317
- LABORDE, C. (2003): Usage de Cabri-Junior pour l'aide à l'apprentissage du raisonnement déductif, *atelier au congrès ITEM*, Reims juin 2003
- SCHWARZE, H.(1984): Elementarmathematik aus didaktischer Sicht, Band 2: Geometrie. Standardwerk des Lehrers, Handbuch einer wissenschaftlich begründeten Unterrichtspraxis. Bochum: Kamp, 1984. ISBN 3-592-72114- 3
- VOLLRATH, H.-J. (1981): Geometrie im Mathematikunterricht. In: STEINER, H. G. – WINKELMANN, B. (1981): *Fragen des Geometrieunterrichts. IDM-Reihe*, Koln