

Brigitte LENEKE, Magdeburg

Offener Mathematikunterricht durch Aufgabenvariation

Das Projekt zur Gestaltung von Aufgabenvariation hat sich der Idee verschrieben, darüber nachzudenken, **wie** Schülerinnen und Schüler an der Erzeugung von Aufgaben beteiligt werden können, möglichst breite Erfahrungen im Unterricht dazu zu sammeln und auszuwerten sowie die gewonnenen Erkenntnisse und vor allem die Materialien dem „Unterrichtsalltag“ zur Verfügung zu stellen.

1. Unterrichtsgestaltung zur Aufgabenvariation

Bewährt hat sich bisher folgender Unterrichtsverlauf (vgl. [1]):

- a) Es wird eine Aufgabe (**Initialaufgabe**) vorgegeben und gelöst.
- b) Die Schülerinnen und Schüler werden dann aufgefordert, diese Initialaufgabe zu variieren:
 - b₁) ohne bewusste Anwendung heuristischer Strategien;
In dieser Anfangsphase ist es günstig, durch so genannte „Leitfragen“ den Schülerinnen und Schülern das Anliegen und das Prinzip der Aufgabenvariation nahe zu bringen (vgl. [2]).
Beispiel: Was passiert, wenn die Eingangsdaten in ihrer Größe verdoppelt (verdreifacht, halbiert,...) werden?
 - b₂) indem jeder in der Aufgabe vorkommende Begriff nacheinander sinnvoll abgeändert wird (What-if-not-strategy);
 - b₃) bewusster Einsatz von **Basisstrategien**: geringfügig Ändern, Analogisieren, Verallgemeinern, Spezialisieren, Lücken beheben, Zerlegen, Kombinieren, Umzentrieren, Umkehren, Kontext ändern, Iterieren, anders Bewerten.
- c) Die einzelnen Vorschläge werden gesammelt.
- d) Die gesammelten Vorschläge werden dann geordnet, gruppiert, vorbewertet und ausgewählt.
- e) Die Lösung und Bearbeitung der ausgewählten Aufgabenvarianten erfolgt in unterschiedlichen Sozialformen und Arbeitsaufteilungen.
- f) Die Lösungen werden in geeigneter Form und Darstellung vorgestellt.

Insbesondere ging es darum, in den einzelnen Klassen zu beobachten, **wer** die Variationen zu den „*Initialaufgaben*“ komponiert, **wie** dafür hilfreiche **Strategien** entwickelt und angewendet werden können, **wer** die gesammelten Anstöße und Fragen strukturiert, bewertet und selektiert und **wie** der weitere Lösungsprozess der „Aufgabenvariationen“ gestaltet werden kann. Durch Aufgabenvariation können Probleme „geöffnet“ werden,

was gleichzeitig Möglichkeiten offeriert, zu einem „offenen Unterricht“ zu kommen.

2. Inhaltliche und didaktisch-methodische Aspekte

Durch die Methode der Aufgabenvariation können die Schülerinnen und Schüler mehr aus der bloßen Reaktion auf fremd gestellte Aufgaben herauskommen und erleben, wie ihre eigenen Fragen und Aufgaben den weiteren Unterrichtsprozess gestalten. Das Suchen nach neuen Fragen zu einem (gestellten) Problem zwingt zum inhaltlichen Durchdenken des Problems sowohl vom Sachkontext als auch von der mathematischen Seite her. Fächerübergreifende Fragestellungen, Vernetzungen auf unterschiedlichen Ebenen und zwischen verschiedenen (mathematischen) Bereichen ergeben sich wie von selbst und erfordern das entsprechende Wissen und Können von den Schülerinnen und Schülern. Das Aufgabenvariieren eröffnet allen Schülerinnen und Schülern Möglichkeiten, ihre Stärken und Schwächen zu erkennen und realistisch mit ihnen umzugehen.

3. Unterrichtsbeispiel

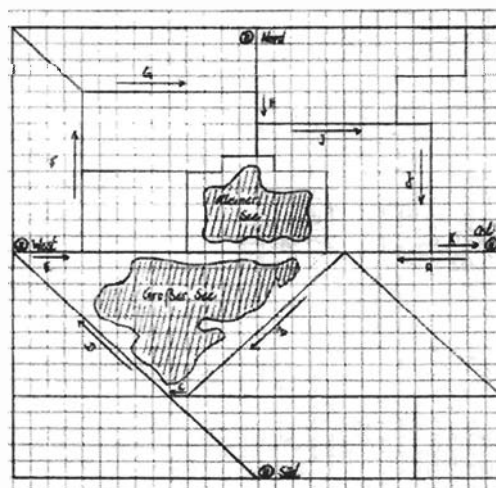
a) Initialaufgabe (Klasse 7)

Die Karte zeigt den Grundriss einer 196 ha großen, quadratischen Parkanlage.

a) Berechne die dazugehörige Seitenlänge des Parks und bestimme anschließend den Maßstab der Zeichnung.

b) Ein Jogger läuft die durch die Buchstaben A bis K gekennzeichnete Strecke.

- Wie viele Kilometer legt er dabei zurück?
- Schafft er die gesamte Strecke in $20 \frac{1}{2}$ Minuten, wenn er mit einer konstanten Geschwindigkeit von 16,3 km/h läuft?
- Wie viel Zeit benötigt er genau? (vgl. auch [4])



Die Lösungsidee wurde in der 1. Stunde im Unterrichtsgespräch erarbeitet. Von der Lehrerin erging der Hinweis neue Aufgaben zu finden, indem einfach jeder Begriff oder jede Größe der Initialaufgabe verändert wird. Die dann aufgestellten Aufgaben wurden in der 2. Stunde nach inhaltlichen Gesichtspunkten zusammengefasst in fünf Gruppen bearbeitet.

b) Variationsrichtungen

1. Andere Flächengröße vorgeben.
2. Statt Vorgabe des Flächeninhalts, den Umfang der Parkanlage geben.
3. Den Maßstab vorgeben und damit dann die Seitenlänge, den Flächeninhalt und den Umfang des Parks bestimmen.
4. Finden und berechnen anderer Laufwegen mit gleichen Anfangs- und Endpunkt.
5. kürzeste/ längste Wege zwischen 2 Standorten bestimmen
6. andere Laufgeschwindigkeiten wählen
7. näherungsweise Bestimmen der Seeflächen
8. Flächenbestimmung zum Beispiel zwecks Begrünung
9. Anlegen von bestimmten Dingen (Spielplatz, Ruheebenen)
10. Kostenberechnung für anzulegende Dinge

Bei der Verfolgung der einzelnen Variationsrichtungen mit dem Ziel des Findens konkreter Aufgabenvariationsrichtungen können die Schülerinnen und Schüler einzelne oder auch mehrere der o. g. Basisstrategien anwenden.

Jede Gruppe hatte eine komplexere Aufgabenvariante oder zwei kleinere Aufgaben und eine Hausaufgabe zu bearbeiten, deren Lösungen dann in der Präsentation vorgestellt wurden. Schülerinnen und Schüler, die ähnliche inhaltliche Aspekte in ihren Aufgabenvarianten hatten, arbeiteten in einer Gruppe.

Als Beispiel seien hier die Aufgaben der Gruppe 2 vorgestellt:

1. *Bestimmt näherungsweise die Fläche und den Umfang der beiden gegebenen Seen. Findet dabei möglichst verschiedene Verfahren (mindestens 2) und schätzt deren Ergebnisse bezüglich ihrer Genauigkeit ab.*

Wie viel Prozent beträgt die Fläche des kleinen Sees im Vergleich zum großen See?

Hausaufgabe:

Besucht gemeinsam einen Park in eurer Nähe. Versucht diesen möglichst genau zu skizzieren!

Geht, wenn möglich, einmal um den Park herum und gebt mit Hilfe eurer gezählten Schritte den Umfang des Parks an. (Sollte dies nicht gehen, bestimmt eine Seitenlänge des Park auf die gleiche Art und Weise.) Vergesst nicht die Angabe: 1 Schritt entspricht m.

- 2. Bestimmt rechnerisch die Größen aller Teilflächen, die sich zwischen den Wegen befinden. (Bitte keine gerundeten Werte)
Berechnet die wahre Länge der Strecke B.*

4. Fazit und Ausblick – Literatur

Insgesamt wurde deutlich, dass sowohl die einzelnen Schülerinnen und Schüler als auch dann die jeweiligen Gruppen in sehr viel größerem Maße als bisher den Unterrichtsverlauf gestalteten. Die Schülerinnen und Schüler erlebten, wie sich durch ihre eigenen Fragen und Aufgaben der Unterricht öffnete. Sie erlebten aber auch, dass die Anforderungen an ihr anwendbares Wissen und Können komplexer waren als bei anderen Aufgaben. Dies umfasst sowohl konkrete mathematische inhaltliche und prozessbezogene Kompetenzen (vor allem auch in ihrer Vernetzung untereinander) als auch soziale Kompetenzen. Bei der Reflexion ihrer Tätigkeit urteilten die Schülerinnen und Schüler sehr objektiv über vorhandene Stärken und Schwächen – auch eine wichtige Zielstellung der Aufgabenvariation.

[1] Schupp, Hans : Thema mit Variationen – Aufgabenvariation im Mathematikunterricht

Verlag Franzbecker, Hildesheim, 2002

[2] Der Mathematikunterricht - Variationen über ein mathematisches Thema; Jahrgang 49, Heft 5/2003

[3] Leneke, B.: Aufgabenvariation im Mathematikunterricht (Teile 2 und 3) Technical Report Nr.3, 2003 und Technical Report Nr. 2, 2007

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Fakultät für Mathematik

www.math.uni-magdeburg.de/reports/2003/leneke-0303.pdf

www.math.uni-magdeburg.de/reports/2007/TechReportLeneke2007.pdf

[4] Leneke, B.; Stankewitz, M.: Rund um einen Park – Aufgabenvariation in Klasse 7; PM, Heft 5/46. Jg. Oktober 2004