

Lea LEPMANN, Tiit LEPMANN, Tartu

## **Beliefs der Mathematiklehrer über die Entwicklung der kognitiven Kompetenzen anhand der Aufgaben**

### **Einführung**

Mathematiklehrpläne vieler Länder präsentieren in den Leistungslisten neben den reinen Fachkompetenzen auch Standards der allgemeinen kognitiven Kompetenzen. Diese Kompetenzen heißen unterschiedlich: *allgemeine mathematische Kompetenzen* (Deutschland), *prozess competencias* (USA) oder *common competencias* (Kanada). Auch der Kompetenzeninhalt ist einigermassen unterschiedlich.

Der Hauptteil der Kompetenzen der Schulmathematik wird anhand der Aufgaben gebildet. In der Auswahl der im Lernprozess benutzbaren Aufgaben widerspiegeln sich die Kenntnisse des Lehrers davon, die Entwicklung welcher Kompetenzen er für wichtig hält und welche Möglichkeiten versteckt in der Aufgabe er dafür sieht. Die Forschungen haben gezeigt, dass unterschiedliche Lehrer auch unterschiedliche Kompetenzen für wichtig halten (Neubrand, 2006; Ticha, 2006). Es ist festgestellt, dass man bei den Mathematiklehrern 4 unterschiedliche Aspekte über die Mathematik und deren Lehren/Lernen sich unterscheiden lassen: den Formalismus-Aspekt, Anwendungs-Aspekt, Prozess-Aspekt und Schema-Aspekt (Griutsch, Raatz, Törner, 1997).

### **Untersuchungsdesign**

Ausgehend vom oben Stehenden haben wir im Rahmen der Grant ETF 6453 erforscht wie hoch die Lehrer unterschiedliche kognitive Kompetenzen bildende Aufgaben im Unterricht einschätzen. In der ersten Etappe der Forschung (mit 30 Lehrern) haben wir versucht herauszufinden, welche Merkmale die Lehrer bei der Beschreibung der Aufgabe benutzen. Wir haben uns der Repertory Grid-Technik bedient (Bruder, Lengnink, Prediger, 2003). Dafür haben wir zu einem Thema (Lineargleichungen) 2 kognitiv gegensätzliche Aufgaben gewählt. Die Lehrer sollten zu jeder von beiden Aufgaben möglichst viele solche Merkmale aufschreiben, die eine Aufgabe innehat und die bei der anderen Aufgabe fehlen.

Es hat sich herausgestellt, dass bei der Beschreibung der Aufgabe die Lehrer sich in der Regel nur der rein mathematischen Merkmale bedienen. Allgemeine kognitive Merkmale wurden sehr selten genannt und dabei fehlte den Lehrern die passende Terminologie.

In der zweiten Etappe der Forschung haben wir eine mögliche Liste der kognitiven Kompetenzen aufgestellt und haben erforscht wie die entsprechenden Kompetenzen tragenden Aufgaben nach der Meinung der Lehrer

im System der Aufgaben des Lehrbuchs vertreten sein sollten. Im Fragebogen haben wir 56 Behauptungen zu den möglichen Rollen der Aufgabe vorgegeben. Wir haben die Lehrer gefragt wie groß könnte der Anteil die entsprechende Kompetenz bildender Aufgaben bei einem größeren einheitlichen Thema auf der III. Schulstufe (7. – 9. Klasse) sein. Die Lehrer haben ihre Meinung auf der 5-Punkte Skala geäußert: 1 – einzelne Aufgaben auf das Thema, ..., 5 – die meisten Aufgaben auf das Thema.

Diese Resultate ermöglichen uns auch indirekt das einzuschätzen für wie wichtig die Lehrer die Aufgaben einer oder anderer Art im Unterricht dieser Alterstufe halten<sup>1</sup>.

### **Einteilung der Aufgaben nach den gestaltet werdenden Kompetenzen**

Wir haben 56 betrachtete mögliche Kompetenzen unserer Forschung in 7 Gruppen eingeteilt:

<b>Kompetenzen, die anhand der Aufgabe gestaltet werden</b>	<b>Wesentlichkeit der Aufgabe (Skala 1 – 5)</b>
Lösen der Aufgabe setzt nur Routinetätigkeit voraus	4,0
Aufgabe ist hauptsächlich auf die Fachaneignung orientiert	3,8
Aufgabe bietet Möglichkeiten zur Bildung der Verbindungen	3,3
Aufgabe bietet Möglichkeiten zur Kommunikation	2,5
Aufgabe bietet Möglichkeiten zur Entwicklung des logischen Denkens	2,4
Aufgabe bietet Anwendungsmöglichkeiten und ist Interesse erweckend	2,3
Aufgabe unterstützt Entwicklung des kreativen Denkens	2,1

Wie es aus der Tabelle hervorgeht, halten die Lehrer für wesentlich gerade die routinemäßigen, hauptsächlich auf die Fachaneignung gerichteten Aufgaben. Dagegen am wenigsten erwarten die Lehrer im Lehrbuch die Entwicklung des kreativen Denkens unterstützende Aufgaben. Schwach ist die Unterstützung der Lehrer ebenso für die Aufgaben, die logisches Denken und Kommunikationsfertigkeit der Schüler entwickeln. Wenn man Alters-eigenarten der Schüler dieser Schulstufe und die Situation in den Schulen berücksichtigt (zu große Klassen, überfüllte Lehrpläne), scheint das Forschungsergebnis ganz normal zu sein. Andererseits ist es klar, dass das Hauptziel des Unterrichts in der Schule nicht nur das Beibringen der Fachkenntnisse sein darf.

---

<sup>1</sup> Solche indirekte Frage nach der Wichtigkeit hat uns ermöglicht, die Antworten der Lehrer mehr zu differenzieren.

## **Einteilung der Lehrer auf Grund der Auffassungen**

Für die Einteilung der Lehrer (170 Lehrer) nach dem Verhalten zu den Kompetenzen haben wir Clusteranalyse benutzt. Es hat sich herausgestellt, dass 3 Lehrergruppen sich klar voneinander unterscheiden lassen. Der I. Lehrertyp ist **Fachlehrer** (50% der Befragten), der II. Typ ist **der Lehrer, der Schüler entwickelt** (32%) und der III. Typ ist **der Lehrer, der Interesse erweckt** (18%).

Das wesentliche gemeinsame Kennzeichen dieser Lehrergruppen ist, dass die Lehrer aller Gruppen hoch die Aufgaben schätzen, die auf die Aneignung der mathematischen Kenntnisse und Fähigkeiten gerichtet sind. Leider begnügt sich der **Fachlehrertyp** nur mit hoher Einschätzung derartiger Kompetenzen. Der Fachlehrertyp sieht in den Aufgaben nur das Mittel fürs Lehren der mathematischen Kenntnisse. Der **entwickelnde Lehrer** sieht in der Aufgabe zusätzlich auch das logische und kreative Denken des Schülers entwickelnde Werte. Die Lehrer dieser Gruppe schätzen hoch folgende Behauptungen: die Aufgabe fordert selbständiges Denken, selbständige Schlussfolgerungen, Synthese des Vorhandenen, Begründung, Verallgemeinerungen, die Klassifizierung der Begriffe und Gegenstände, Unterscheiden der Wichtigen Information, die Wahl der passenden Methode, inhaltliches Interpretieren des gelernten Modells, die Verbindung des neuen mit dem Vorhandenen, führt zu den Überlegungen, entwickelt die Kreativität, zeigt die innermathematischen Verbindungen. Der **Lehrertyp, der Interesse erweckt**, wird dadurch charakterisiert, dass er hoch die Aufgaben bewertet, die das Interesse der Schüler für die Mathematik erwecken. Als Lehrstoff sieht er vor allem die Aufgaben mit dem lebenswichtigen aktuellen Inhalt. Es ist interessant hinzuzufügen, dass die Lehrer dieser Gruppe im Vergleich zu den anderen etwas niedriger die Bedeutung dieser Aufgaben einschätzen, die sowohl direkt auf das Lernen der Mathematik als auch auf die Entwicklung des Denkens gerichtet sind.

## **Lehrertyp und Hintergrundmerkmale**

Beliefs der Lehrer sind wesentlich dadurch beeinflusst in welcher Umgebung er arbeitet (Furinghetti, 1996). Um den Hintergrund unterschiedlicher Lehrer zu charakterisieren, haben wir sie um folgende Angaben gebeten: Geschlecht, Alter, Alter der Schüler, das Verhalten zu den staatlichen Niveauarbeiten und zu den Abschlussprüfungen, Vorbereitung der Schüler zur Außenkontrolle und zum Wettbewerb in der Mathematik. Die Analyse der Hintergrundmerkmale hat gezeigt, dass Beliefs der Lehrer und Gehören zu einem oder anderem Typ durch das Niveau der Schüler und durch die Schulstufe, wo der Lehrer hauptsächlich unterrichtet, bedingt sind. Je begabter seine Schüler sind, desto wahrscheinlicher ist die Tatsache, dass der

Lehrer zu dem entwickelnden Lehrertyp gehört. Je weniger begabte Schüler er unterrichtet, desto wahrscheinlicher gehört er zum Fachlehrertyp. Andererseits hat es sich herausgestellt, dass der Lehrer, der nur auf der Gymnasialstufe (Klassen von X. bis XII.) unterrichtet, wahrscheinlich Fachlehrertyp ist: 77% der Lehrer gehört gerade zu dieser Lehrergruppe. Dagegen unter den Hauptschullehrern ist der Anteil der Fachlehrer bedeutend kleiner. Die Tatsache, dass die auf der Gymnasialstufe unterrichtenden Lehrer stärker als die anderen Lehrer auf das Fachlernen orientiert sind, ist dadurch bedingt, dass im Estnischen Gymnasium eine enorm große Rolle die Staatsprüfung spielt. Leider ist aber das Lernen für die Prüfung im größten Teil gerade Fachlernen und keine entwickelnde Tätigkeit.

### **Zusammenfassung**

Zum Schluss möchten wir noch hinzufügen, dass Alles vorgehend Beschriebene sich sehr gut mit den Leistungen Estlands in den internationalen Testen TIMSS 2003 und PISA 2006 verbindet. Obwohl Estland in beiden Forschungen sehr gute mittlere Leistungen hatte (TIMSS – die 8. Stelle in der Reihenfolge der Staaten, PISA – die 14. Stelle), muss man gestehen, dass diese Leistungen dank dem sehr hohen Niveau der Schüler beim Lösen der Aufgaben möglich waren, die nur reproduktive Kompetenzen das heißt niedrigere kognitive Kompetenzen fordern. Dagegen haben unsere Schüler noch große Probleme beim Lösen der Aufgaben des höheren Niveaus, bei der produktiven Benutzung der Mathematik, bei Begründungen und Überlegungen. Die von den Lehrern angebotene Reihenfolge der kognitiven Kompetenzen nach ihrer Wesentlichkeit entspricht exakt den Leistungen unserer Schüler in dem internationalen Testen.

### **Literatur**

Bruder, R., Lengnink, K., Prediger, S. (2003) Ein Instrumentarium zur Erfassung subjektiver Theorien über Mathematikaufgaben. Preprint Nr. 2265. Darmstadt.

Grigutsch, S., Raatz, U., Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematikdidaktik*, 19(1), 3 – 45.

Furinghetti, F. A theoretical framework for teachers' conceptions. (1996) *Current State of Research on Mathematical Beliefs III. Proceedings of the MAVI-3 Workshop*. Helsinki, 19 – 25.

Neubrand, M. (2006) Professionalität von Mathematiklehrerinnen und -lehrern: Konzeptualisierungen und Ergebnisse aus der COACTIV- und der PISA-Studie. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40 Tagung für Didaktik der Mathematik in Osnabrück*. Franzbecker, 5 – 12.

Ticha, M. (2006) Sind die Reflexionen des Unterrichts zuträglich? *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40 Tagung für Didaktik der Mathematik in Osnabrück*. Franzbecker, 521 – 524.