

Brigitte LUTZ-WESTPHAL, Berlin

## **Mathematik authentisch lehren**

### **Authentizität im Mathematikunterricht und Lehre**

Ein Ziel von Mathematikunterricht und universitärer Lehre sollte sein, Mathematik authentisch zu vermitteln. Authentizität soll dabei unter verschiedenen Aspekten gewährleistet werden. Einerseits sollen die Inhalte authentisch für das Fach sein, andererseits soll die Beschäftigung mit Mathematik die Lernenden persönlich ansprechen und herausfordern, also in diesem Sinne authentisch sein (vgl. [4] Kap. 1). Bereits Wittenberg fordert eine „gültige Begegnung mit der Mathematik“ ([9] S. 50), dem Schüler müsse „am Elementaren ein echtes Erlebnis dieser Wissenschaft erschlossen werden“ (ebd). Freudenthal spricht davon, dass der prozesshafte Charakter der Mathematik „erlebte Wirklichkeit“ werden solle ([1] S. 126). Und schliesslich finden wir bei Vollrath den Begriff des Authentischen: „Ein Unterricht, der zuverlässige Erfahrungen mit Mathematik vermittelt, soll authentisch genannt werden.“ ([8] S. 26). Dieser Unterricht habe drei Fragen zu beantworten: Was ist Mathematik? Wie entsteht Mathematik? Was kann man mit Mathematik anfangen?

Sehr konkret bezüglich der authentischen Begegnungen von Lernenden mit dem Stoff werden Gallin und Ruf mit ihrem Konzept des dialogischen Lernens ([2]). Durch die individuelle Auseinandersetzung mittels Lerntagebüchern erleben Lernende sich selbst in der Rolle von Forschern. Sie müssen selbstständig Fragen an den Stoff entwickeln und auch Irrwege in der Erarbeitung in Kauf nehmen. Sie haben dadurch die Chance, auf authentische Weise Mathematik zu treiben. Für zukünftige Lehrerinnen und Lehrer erweist sich die Arbeit mit Kernideen im Sinne von Gallin und Ruf als guter Anknüpfungspunkt, um authentische Erlebnisse mit Mathematik haben und vermitteln zu können (vgl. [6]).

Authentische Vermittlung von Mathematik muss nicht zwangsläufig mit realen Anwendungen und Datensätzen einhergehen. Viel mehr bemüht sie sie sich mit realitätsnahen Beispielen (idealerweise aus der Lebensumwelt der Schülerinnen und Schüler) Anlässe und Anreize für authentische Begegnungen mit Mathematik zu schaffen.

## Vorlesung auf neuen Wegen

Im Sommersemester 2007 fand an der TU Berlin eine Vorlesung „Diskrete Mathematik und ihre Anwendungen“ für Lehramtsstudierende statt. Im Rahmen dieser Vorlesung wurde versucht, das Konzept vom authentischen Mathematiklernen umzusetzen. Erfahrungen aus dem Unterricht in Schulen zu denselben Themen flossen dabei mit ein. Die Grundidee war, Inhalte und Lehr- bzw. Unterrichtsmethoden parallel zu vermitteln. Diese Idee wurde bereits in [3] verwirklicht, daher lag dieses Buch der Vorlesung zugrunde. Nach anfänglicher Skepsis bei einigen Studierenden, die eine dicht gedrängte Stoffvermittlung im sonst üblichen universitären Stil erwartet hatten, war eine große Bereitschaft, sich auf dieses Konzept einzulassen, zu verzeichnen. Da die Übungen zur Vorlesung (aus organisatorischen Gründen) weitgehend klassisch abgehalten wurden, ergab sich eine gute Mischung aus traditionell und experimentell.



*Abb. 1: Vorlesung ganz anders: Studierende entwickeln einen Graphenalgorithmus. (Foto: privat)*

## Alles ganz einfach?

Eine interessante Beobachtung ist, dass die Studierenden, die fast alle in dieser Vorlesung zum ersten Mal Kontakt mit diskreter Mathematik hatten, dieses Fachgebiet als zugänglicher empfinden als andere Fachgebiete, denen sie im Studium bereits begegnet waren (vgl. auch [5]). Zwei Fragebogenantworten zeigen dies beispielhaft. Gefragt war, das Fachgebiet der diskreten Mathematik in Abgrenzung zu anderen Fachgebieten zu beschreiben. Eine Studentin schreibt: „Diskrete Mathematik ist nicht nur „frontale Vermittlung“ wie in allen anderen Fächern. Man muss und darf selber mitdenken, sich beteiligen etc. [daraus folgt] man kommt viel besser mit dem Stoff mit.“ Ein Kommilitone äußert sich so: „Auch arbeitet man entspannter in der Diskr. MA und ist experimentierfreudig [...]“

Dieses Phänomen war auch immer wieder in verschiedenen Unterrichtsversuchen zu beobachten. Beispielsweise sagte ein Schüler in einer 8. Klasse vor der anstehenden Klassenarbeit über ein Thema der kombinatorischen Optimierung: „Das haben doch alle verstanden, da schreiben doch alle eine 1!“ Themen der angewandten diskreten Mathematik, problemorientiert aufbereitet und mit dem Ziel einer authentischen Vermittlung und Begegnung können also offensichtlich den Zugang zum Mathematiklernen erleichtern.

Lassen wir noch eine Studentin zu Wort kommen, die die Auswirkungen des speziellen didaktischen Ansatzes sehr direkt auf den Punkt bringt: „Erste Gedanken waren, „wir sind hier wie im Kindergarten“. (Sorry) Aber [in] Wirklichkeit ist diese Vorlesung mit Übung sehr gut. Man ist einfach nicht gewöhnt, selber die Lösungswege zu finden. Mit Ana, LinA [Analysis, Lineare Algebra] kann man das gar nicht vergleichen. Da wird nur reingestopft, ohne dass man überhaupt etwas verstanden hat. Man steht ziemlich alleine da. [...]“

### **Ausblick**

Die Unterrichts- und Lehrkonzepte für die angewandte diskrete Mathematik konnten ohne Voreingenommenheit durch bereits tradierte Unterrichts- und Lehrverfahren entwickelt werden. Für die klassischen Gebiete des Mathematikunterrichts und der Lehrerbildung ist es schwieriger, mit einem gleichermaßen unbefangenen Blick zur Sache zu gehen. Viele Generationen von Mathematikern und Didaktikern haben sich schon über eine gute Vermittlung der Inhalte Gedanken gemacht. Dennoch wird es sich lohnen, auch hier einen Versuch zu wagen.

Das „Herzstück“ der didaktischen Aufbereitung der Kombinatorischen Optimierung war eine spezielle didaktische Stoffanalyse. Diese - zunächst vom Stoff ausgehende - Methode könnte auch in anderen Fachgebieten helfen, erneut einen unverbrauchten Blickwinkel einzunehmen und den einen oder anderen Aspekt ans Licht zu holen. Im Gegensatz zur klassischen stoffdidaktischen Sicht (vgl. auch die interessanten Thesen zur didaktisch orientierten Sachanalyse von A. Vohns [7]) wird hier nicht von der vorgegebenen Struktur des Inhalts ausgegangen (Mathematik als Produkt), sondern der Stoff nach möglichen Erarbeitungswegen und Kernideen abgesucht.

Zusätzlich hilft eine metamathematische Analyse, die für das Fachgebiet typischen mathematischen Methoden zu erkennen und zu beschreiben. Für die authentische Vermittlung von Mathematik ist es ganz besonders wichtig, sich spezifischer Arbeitsweisen des Fachgebietes bewusst zu sein. Für die Analysis beispielsweise erscheint es aus Schülerperspektive häufig so, dass dieses Fachgebiet nur aus Kurvendiskussion besteht. Dass in der mathematischen Forschung vielmehr die Modellierung und auch numerische Aspekte im Vordergrund stehen, wird im Mathematikunterricht demnach zu sehr vernachlässigt. Hier hilft eine präzise Analyse der typischen mathematischen Methoden, den Stoff neu zu strukturieren (beispielhaft für die diskrete Mathematik durchgeführt in [4] Kapitel 3).

Die Verbindung von einem vom Stoff und dessen Arbeits- und Forschungsmethoden ausgehenden Blickwinkel und lehrmethodischen Grundsätzen, die auf individuelle Erarbeitungswege bauen, könnte helfen, Mathematik in Unterricht und Lehre authentischer vermitteln zu können.

## Literatur

- [1] H. Freudenthal: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 1, Klett, Stuttgart, 1. Auflage, 1973.
- [2] P. Gallin und U. Ruf: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen: Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik, Kallmeyer, Seelze-Velber, 1998.
- [3] St. Hußmann und B. Lutz-Westphal. Kombinatorische Optimierung erleben. In Studium und Unterricht, Vieweg, Wiesbaden/Braunschweig, 2007.
- [4] B. Lutz-Westphal: Kombinatorische Optimierung – Inhalte und Methoden für einen authentischen Mathematikunterricht, Dissertation TU Berlin 2006, Online-Version: [http://www.math.tu-berlin.de/~westphal/diss\\_final\\_online.pdf](http://www.math.tu-berlin.de/~westphal/diss_final_online.pdf)
- [5] B. Lutz-Westphal: „Auch arbeitet man entspannter in der Diskreten Mathematik und ist experimentierfreudig“. Nachlese einer Vorlesung, S. 6-9, in: GDM-Mitteilungen 84 (2007).
- [6] B. Lutz-Westphal: „Vielleicht lag es daran, dass ich am Samstag bei IKEA frühstücken war.“ Lehramtsstudierende auf der Suche nach Kernideen, *in Vorbereitung*.
- [7] A. Vohns: Grundlegende Idee und Mathematikunterricht. Entwicklung und Perspektiven eines fachdidaktischen Prinzips, Dissertation Universität Siegen 2007.
- [8] H.-J. Vollrath: Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, 2001.
- [9] A. I. Wittenberg Bildung und Mathematik. Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach, Klett, Stuttgart, 1963.