

Ringo Ullrich, Universität Leipzig

„Mathe klingt gut“ - Ein Projekt zur Entwicklung mathematischer Fähigkeiten im Grundschulalter anhand des Zusammenhangs von Mathematik und Musik

Fast alle Menschen, die in irgendeiner Form mit Kindern arbeiten, machen folgende Erfahrung: Kinder musizieren gern, das heißt singen, tanzen und spielen ungehemmt und hingebungsvoll. Es scheint auch erst einmal sekundär zu sein, wie es - für ein geschultes musikalisches Ohr - »klingt«. Musizieren macht ihnen einfach Spaß. Daher musizieren sie.¹

Die Idee zum Projekt »Mathe klingt gut« entwickelte sich aus meiner Arbeit als Grundschullehrer. Die persönliche Erfahrung jener kindlichen Freude am Musizieren und dessen spürbarem Potential für Lernen und Entwicklung war entscheidend dafür. Den Anstoß gab ein Lied für Tauschaufgaben, das entstanden war, um nicht nur merksatzartig die Gesetzmäßigkeit der Kommutativität auswendig zu lernen. Sondern das Rechnen von Tauschaufgaben sollte in das Lied selbst verlegt werden. Gleichzeitig wurde das Kommutativprinzip auch in der musikalischen Struktur verankert.

Nach sichtbarem Erfolg und einiger Zeit des Probierens kristallisierten sich weitere musikalische Ausdrucksformen als vorteilhaft heraus. Es konnte nun vermutet werden, dass eine Verbindung von Mathematik und Musik im Mathematikunterricht neben allgemeinen musikalischen, sehr spezifisch auch mathematische Lernprozesse anzuregen vermag.

Nimmt man entsprechend an, es gäbe einen lernprozessrelevanten Zusammenhang zwischen Mathematik und Musik, dann muss geprüft werden:

- a) *Mit welchen mathematischen Entitäten ist das Musizieren verbunden?*
- b) *Welche mathematischen Lernprozesse kann man durch welches musikalische Handeln anregen?*

zu a) Musik lässt sich als rein *physikalischer Vorgang*, als *musikalisches Werk* und als *musiziertes Werk* mathematisch untersuchen.

Musik als *physikalischer Vorgang* ist in scheinbar jedem wahrnehmbaren

¹ Es gibt gewichtige neuere Untersuchungen und praktische Ansätze zur Bedeutung von Musik für die Entwicklung des Kindes. Die Wirkung von Musik auf verschiedene Entwicklungsbereiche wie Sozialkompetenz, Intelligenz, Motorik etc. spielt dabei eine wesentliche Rolle. Hans Günther Bastian, Maria Spychiger, Stefan Koelsch, Dorothee Kreuzsch-Jakob oder Sabine Hirler sollen hier nur als einige wenige der auf diesem Gebiet Arbeitenden genannt werden.

Parameter mathematisch beschreibbar. Art und Weise der Schwingungen definieren Tonhöhe, Klangfarbe, Lautstärke, Naturtöne/Obertöne, Ton-Geräusch, Schwebungen, Differenztöne, Konsonanz, Dissonanz, Rhythmik etc. Schall und Hall bestimmen die zeitlich-räumliche Fortbewegung der Schwingung und haben wesentlichen Einfluss auf die Schwingung selbst.² Im *musikalischen Werk*, das heißt im komponierten und damit bezüglich musikalischer Parameter definierten Werk sind ebenfalls mathematische Strukturen erkennbar. Mehr noch: Unsere abendländischen Tonsysteme haben sich sogar gänzlich auf mathematisch-physikalischer Grundlage entwickelt. Daraus gehen entsprechend musikalische Parameter hervor wie Tonhöhe, Intervall, Tonalität, Tongeschlecht, Harmonik, Rhythmik, Tempo, Metrum, Dynamik, Kompositionstechnik, Form etc.³

Mit diesem Hintergrund kann auch das *musizierte Werk* und das Musizieren selbst als »mathematisches Tun« verstanden werden. So wie ein Kind zum Beispiel beim Decken des Tisches die Elemente einer Gesamtmenge und deren Teilmengen erkennen (Personenanzahl, Anzahl der Geschirrtteile, des Bestecks) und - bewusst oder unbewusst - diese »Mathematik« realisieren muss, um den Tisch zu decken, so muss auch die Mathematik in der Musik - bewusst oder unbewusst - angewendet werden, wenn die Musik erklingen soll. Eine Melodie beispielsweise, die sich über die große Terz, Quarte, Quinte, Sexte und Quinte wieder zum Grundton bewegt, lässt sich in der Folge ihrer Töne so beschreiben:

Grundton + 4 Halbtöne + 1 Ht + 2 Ht + 2 Ht - 2 Ht - 7 Ht = Grundton,
also $0+4+1+2+2-2-7=0$.

Die Musik als Ganzes klingend wahrzunehmen ist zweifelsohne ein erhebenderes Erlebnis als allein den zahlenmäßigen Verlauf der Rechnung zu verfolgen! Das ändert aber nichts daran, dass beim Musizieren die Intervalle als Tonfolge in der Anzahl der Halbtöne eingehalten werden müssen, um genau diese Melodie als Ganzes erklingen zu lassen.

Zum Musizieren gehören auch - und wohl vor allem - die *sinnliche Verarbeitung*. Zur Beantwortung der Frage, in welchem hohem Maße hier Mathematik bedeutsam ist, reicht ein Blick in Wissenschaftsbereiche wie die Biochemie, Biophysik, Neurologie oder Neurophysiologie.

Daraus lässt sich schließen: Mit dem Musizieren erbringen die Kinder gleichzeitig bestimmte mathematische Leistungen. Aber wenn dem so sein sollte, muss man sich doch fragen: Ist Musik spezifisch einsetzbar, um mathematische Lernprozesse anzuregen?

² Roederer, Jüan G.: Physikalische und psychoakustische Grundlagen der Musik. 2000.

³ Grabner, Hermann: Allgemeine Musiklehre. 1991.

zu b) Zunächst muss geklärt werden, welche Voraussetzungen das Lernen im Grundschulalter erfordert, welche Formen musikalischen Handelns es gibt und ob und wie sie im Mathematikunterricht realisiert werden können.

Die umfassende Aktivierung der Sinne des Kindes stellt die Basis des Lernens im Grundschulalter dar, also konkret-operatorisches Handeln.

Ein solch Sinne-umfassendes Lernen dient der Verinnerlichung der Welt in möglichst vielen ihrer wahrnehmbaren Erscheinungen als Basis dafür, mit genügend Informationen diese Welt bald zu abstrahieren und auf grundlegende Mechanismen zurückzuführen. In außerordentlicher Weise gestattet Musik hierbei eine Aktivierung mehrerer Sinne gleichzeitig. Außerdem stehen Musik und Motivation in engem Zusammenhang.⁴

Allerdings heißt das nicht zwingend, dass eine mögliche Wirkung von Musik auf andere Bereiche, z.B. andere Unterrichtsfächer, etwa von allein geschieht. In diesem speziellen Fall bedeutet das, nur weil ein Kind viel musiziert, muss es noch längst kein guter Mathematiker sein. Heiner Gembris formuliert es in folgender Weise: „Um Übertragungseffekte wirksam auszulösen, sollten (musikalische) Aktivitäten gezielt in Hinblick auf den gewünschten Transfer gestaltet werden. Dabei spielt die inhaltliche und strukturelle Ähnlichkeit der Lernaufgaben eine wichtige Rolle. Bislang fehlt es hier auch noch an entsprechenden musikpädagogischen Konzepten.“⁵

Die Forschungsarbeiten zeigen: *Die Art und Weise der methodisch-didaktischen Umsetzung des Zusammenhangs von Mathematik und Musik* ist absolut entscheidend für die Wirkungsweise von Musik in Bezug auf die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten.

Singen, Tanzen, Spielen und Hören kann man als grundlegende menschliche musikalische Ausdrucksformen bezeichnen. In Reflexion des wissenschaftlichen Forschungsstandes sind diese musikalischen Ausdrucksformen und im gleichen Maße die mathematischen Lehrplaninhalte nun dahingehend zu untersuchen, ob und wie sie sich methodisch so verbinden lassen, dass sich ein größerer Lernerfolg ergibt.

Ein Beispiel: Die Vermittlung des Kleinen Einspluseins von ersten Zahl- und Mengenerfahrungen bis hin zur Automatisierung erfolgt anfangs auf aktionaler Ebene. Voraussetzung sind vielfältige Zahlerfahrungen (besonders die der Zahlzerlegungen), um Mengen als solche wahrnehmen, differenzieren und miteinander in Beziehung setzen zu können⁶. Die musikalische Ausdrucksform des Tanzes, d.h. der Rhythmik bietet diesbezüglich

⁴ Spitzer, Manfred: Lernen. 2007.

⁵ Gembris, Heiner: In: Gembris u.a., 2001, S.145.

⁶ Padberg, Friedhelm: Didaktik der Arithmetik. 2005. S. 84 ff.

die Möglichkeit, Zahl- und Mengenerfahrungen körperlich-rhythmisch zu realisieren. Es werden dadurch Zahlen und Mengen körperlich wahrgenommen und ausgedrückt, und somit bewusst und abrufbar verinnerlicht.

Nach Verinnerlichung auf aktionaler Ebene ist ein nächster und außerordentlich wichtiger Schritt notwendig. Denn Mathematik hat viele Gesichter, und die gesellschaftlichen Anforderungen an mathematische Fähigkeiten betreffen vor allem solche, abstrahieren zu können, mathematische Strukturen quasi überall wahrnehmen und nutzbar machen zu können. Unterricht kann demnach nicht nur musizierende Mathematik fordern.

Die umfassende Ausbildung der aktionalen Ebene muss das solide, belastbare Fundament für die Abstrahierung sein. Aber dem schließen sich - im Sinne J. Bruner's - in fließender Verbindung die ikonische Ebene (bildhafte Mathematik) und symbolische Ebene (formale Mathematik) an.

Der Rhythmik kommt dabei grundlegend eine Schlüsselrolle zu, die hier leider nicht eingehender beschrieben werden kann. In Bezug aber auf die Bedeutung von Rhythmen in unserem Leben scheint die Vermutung gerechtfertigt, ob die Wahrnehmung von Rhythmen (in sich selbst und außerhalb) nicht auch Grundlage für arithmetisch-geometrische Operationen und daher sogar Grundlage für die Entwicklung mathematischer Kompetenz im Allgemeinen ist.

Die Bezeichnung des Projektes »Mathe klingt gut«, und damit soll dieser kurze Beitrag enden, geht auf die Äußerung eines Jungen zurück. Nachdem wir im Mathematikunterricht gesungen, getanzt und bestimmte Klangaufgaben gehört hatten, kam er in der Pause zu mir und meinte, er hätte das Gefühl, Mathematik würde klingen, und würde sogar gut klingen.

Literatur

- Gembris, Heiner/Kraemer, Rudolf-Dieter/Maas, Georg (Hrsg.): Macht Musik wirklich klüger? Musikalisches Lernen und Transfereffekte.; Sonderdruck der Aufsätze aus den Musikpädagogischen Forschungsberichten, Band 8; Augsburg: Wißner-Verlag, 2001.
- Grabner, Hermann: Allgemeine Musiklehre. Bärenreiter-Verlag Karl Vöterle GmbH & Co. KG: Kassel, 18. Aufl. 1991.
- Padberg, Friedhelm: Didaktik der Arithmetik. Eisevier GmbH: München, 2005.
- Roederer, Jüan G.: Physikalische und psychoakustische Grundlagen der Musik. Springer-Verlag: Berlin-Heidelberg-New York, 3. Aufl. 2000.
- Spitzer, Manfred: Lernen. Eisevier GmbH: München, 1. Aufl. 2007.