Günter GRAUMANN, Bielefeld

# Warum ist bei „reiner“ Musik Gis ≠ As ?<br>Ein Problemfeld zur Aufklärung über die reine Stimmung mittels Bruchrechnung

Schon aus der Zeit um 1000 v. Chr. sind aus China, Indien und Mesopotamien theoretische Festlegungen des Tonsystems bekannt, wobei fünf Töne innerhalb einer Oktave (sog. Pentatonik) die Basis bildeten. Um ca. 600 v. Chr. wurde in Ägypten daraus eine ***siebenstufigen Tonleiter (Heptatonik)*** entwickelt. ***Pythagoras*** hat sie vermutlich dort kennen gelernt. Seine danach entwickelte Musiktheorie, in der die Tonschritte bzw. Tonintervalle[1] durch Verhältnisse von Saitenlängen beschrieben werden, wurde zur Grundlage der gesamten abendländischen Musik.
Die Oktave mit dem Verhältnis 2:1 (bzw. 1:2 )[2] wird zunächst unterteilt in die Quinte mit dem Verhältnis 3:2 und die Quarte mit dem Verhältnis 4:3. Der Schritt von der Quarte zur Quinte (Ganzton bzw. Sekunde genannt) wurde von Pythagoras als Grundschritt der siebenstufigen Tonleiter gewählt; sein Verhältnis ergibt sich[3] aus $\frac{3}{2} : \frac{4}{3}$ zu $\frac{9}{8}$. Damit baut Pythagoras die gesamte Tonleiter auf: Zwischen der Sekunde und Quarte wird die pythagoreische Terz – bestehend aus der Summe zweier Ganztöne – und zwischen Quinte und Oktave werden die Sexte und Septime (als Summe aus Quinte und Ganzton bzw. Quinte und Terz) eingefügt.
Der Schritt zwischen Terz und Quarte bzw. Septime und Oktave ist allerdings kein Ganzton, sondern wesentlich kleiner und wird deshalb Halbton[4] genannt. Die pythagoreische Terz hat das Verhältnis $\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} = \frac{81}{64}$.

---

[1] Die Tonschritte bzw. Tonintervalle (bezogen auf den Grundton) werden der Reihe nach heute mit den lateinischen Ordinalzahlen bezeichnet: Prime, Sekunde, Terz, usw.
[2] Es ist das Verhältnis der entsprechenden Saitenlängen je nachdem wie herum man es sieht; es ist aber nach heutiger Kenntnis auch das Verhältnis der Wellenlängen und der Schwingungsdauer (Perioden) sowie das umgekehrte Verhältnis der Schwingungsfrequenzen. Da ich später auch mit Frequenzen arbeite, werde ich im Folgenden die Verhältniszahlen der Frequenzen verwenden.
[3] Die Verhältniszahlen entwickeln sich exponentiell, denn die Doppeloktave (Oktave der Oktave) hat offensichtlich das Verhältnis 4:1 und die Dreifachoktave das Verhältnis 8:1 usw. Die Addition bzw. Subtraktion von Tonintervallen entspricht daher der Multiplikation bzw. Division der zugehörigen Verhältnisse
[4] Der pythagoreische Halbton errechnet sich aus $\frac{4}{3} : \frac{81}{64}$ zu $\frac{256}{243} \approx 1{,}053 \approx \sqrt{\frac{9}{8}}$. (Man beachte, dass die Halbierung eines Intervalls wegen des exponentiellen Wachstums der Verhältniszahlen der Quadratwurzel der zugehörigen Verhältniszahl entspricht.)

Da dieses Verhältnis nicht mehr aus kleinen Zahlen besteht, hat man schon kurz nach Pythagoras diese Tonleiter leicht abgewandelt. Als Verhältnis für die Terz wurde dann statt $\frac{81}{64}$ die Zahl $\frac{80}{64} = \frac{5}{4}$ gewählt, was als wesentlich harmonischer empfunden wird[5]. Diese Terz wird deshalb oft auch als „harmonische Terz“ oder ***„reine Terz“*** bezeichnet. Die Folge davon ist allerdings, dass man mit einem *großen und einem kleinen Ganzton* (vom Grundton zur Sekunde bzw. von der Sekunde zur Terz) rechnen muss. Vorteilhaft wirkt sich die obige Abwandlung der Terz aber auf den Halbton (Differenz von Quarte und reiner Terz und Oktave zu reiner Septime) sowie die Sexte und Septime aus.

Die so entstandene Tonleiter wird seit der Antike bis in die Neuzeit im Abendland verwendet und tritt bei reiner Vokalmusik u. ä. auch heute noch auf[6]. Die ***Verhältniszahlen*** dieser sog. ***„reinen Stimmung“*** sind:

| Tonschritt | großer Ganzton | kleiner Ganzton | Halb-ton | großer Ganzton | kleiner Ganzton | großer Ganzton | Halb-ton |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Verhältnis | 9/8 | 10/9 | 16/15 | 9/8 | 10/9 | 9/8 | 16/15 |

oder jeweils bezogen auf den Grundton

| Intervall | Pri-me | große Sekunde | reine Terz | (reine) Quarte | (reine) Quinte | reine Sexte | reine Septime | Ok-tave |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Verhältnis | 1/1 | 9/8 | 5/4 | 4/3 | 3/2 | 5/3 | 15/8 | 2/1 |

Seit Ende des 19. Jhts. ist es üblich die Höhen (Frequenzen) der einzelnen Töne so zu normieren, dass der sog. Kammerton a’ die Frequenz 440 Hz hat. Mit dieser Normierung können wir dann die Tonhöhen (Frequenzen) aller vorkommenden Töne bestimmen. Zunächst berechnen wir die ***Frequenzen der Töne der C-Dur-Tonleiter in reiner Stimmung***.

| Ton | c’ | d’ | e’ | f’ | g’ | a’ | h’ | c’’ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Frequenz | 264 Hz | 297 Hz | 330 Hz | 352 Hz | 396 Hz | 440 Hz | 495 Hz | 528 Hz |

Die Frequenzen der entsprechenden Töne der höheren bzw. tieferen Oktaven entstehen daraus durch Multiplikation mit 2 oder 4 oder 8 etc. bzw. ½ oder ¼ etc.

---

[5] Aus Physik und Mathematik wissen wir heute, dass die Überlagerung von Sinusschwingungen mit einfachen Verhältnissen von Schwingungsfrequenzen zu regelmäßigen Schwingungsverläufen führt, die unser Ohr/Gehirn als harmonisch interpretiert.

[6] Seit dem 18. Jht. ist die wohltemperierte Stimmung üblich. Weitere Einzelheiten zur Entwicklung der abendländischen Tonsysteme sowie deren Zusammenhang mit Mathematik und Mathematikunterricht siehe etwa bei Graumann (2007).

Will man nun nicht nur von C ausgehend eine solche reine Dur-Tonleiter haben, so muss man weitere Töne einführen, die durch ***Erhöhung*** (gekennzeichnet mit dem Vorzeichen # ) oder ***Erniedrigung*** (gekennzeichnet mit dem Vorzeichen ♭ ) ***der bisherigen Töne*** entstehen[7]. Beginnend mit dem neuen Grundton müssen wie in der oben beschriebenen Tabelle die Schritte

| gr. Ganzton – kl. Ganzton – Halbton – gr. Ganzton – kl. Ganzton – gr. Ganzton – Halbton |
|---|

durchgeführt werden.

Beginnen wir etwa mit dem Ton G, so ergibt sich die *reine G-Dur-Tonleiter* aus den Tönen *g, a, h, c, d, e, fis, g* , wobei sich „Fis" als reine Septime von G aus (bzw. als gr. Ganzton von E aus oder als Halbton von G aus nach unten) ergibt [8]. Die Verhältniszahl (bezogen auf den Grundton c') und die Frequenz dieses neuen Tons erhält man durch Anwenden der entsprechenden Brüche auf die Verhältniszahl von G bzw. dessen Frequenz, wobei wir für das Fis zwischen c' und c'' ggf. noch eine Oktave nach unten springen müssen (was einer Division der entsprechenden Zahlen durch 2 entspricht).
Wir erhalten damit für den neuen Ton ***Fis*** (zwischen c' und c'') bezogen auf c' die Verhältniszahl (3/2)·(15/8):2 bzw. ***45/32*** und aus (45/32)·264 Hz die Frequenz ***371,25 Hz***.

Ebenso können wir die Verhältniszahlen und Frequenzen der Töne weiterer Tonleiter berechnen. Üblicherweise wandert man dabei in Quinten nach oben und unten (entsprechend dem sog. Quintenzirkel der Musiktheorie).

Nach der G-Dur-Tonleiter kommt daher die *reine D-Dur-Tonleiter* mit den Tönen *d, e, fis, g, a, h, cis, d* , wobei ***Cis*** (zwischen c' und c'') sich errechnet zu ***135/128*** bzw. ***278,4375 Hz***.
Danach kommt die *A-Dur-Tonleiter* mit den Tönen *a, h, cis, d, e, fis, gis, a,* wobei ***Gis*** (zwischen c' und c'') sich errechnet zu ***25/16*** bzw. ***412,5 Hz***.

---

[7] Die Erhöhung (mit # ) wird im deutschsprachigen Raum im Namen des Tones durch Anhängen der Silbe „is" gekennzeichnet. Die Erniedrigung eines Tones (mit ♭) wird im deutschsprachigen Raum durch Anhängen der Silbe „es" gekennzeichnet (Ausnahmen: „as" statt „aes" und „es" statt „ees" sowie „b" statt „hes").
[8] Eigentlich müsste auch a etwas höher sein, nämlich als gr. Ganzton (anstatt kl. Ganzton) von g aus gerechnet. Die Verhältniszahl (bezogen auf c' ) wäre dann 27/16 anstatt 5/3, was einer „Differenz" von (27/16):(5/3) = 81:80 entspricht. (Dieses Verhältnis ist gleich der „Differenz" von großem und kleinen Ganzton und wird „syntonisches Komma" genannt.) Für unsere Überlegungen spielt dieser Gesichtspunkt zunächst keine Rolle, bietet aber die Möglichkeit einer Vertiefung des Themas.

Gehen wir jetzt erst einmal im Quintenzirkel von C aus rückwärts, so stoßen wir auf die *F-Dur-Tonleiter* mit den Tönen *f, g, a, b, c, d, e, f* , wobei der Ton „***B***“ sich als Quarte von F aus nach oben (bzw. Quinte nach unten) ergibt und deshalb errechnet zu ***16/9*** bzw. ***469,3333 Hz***.

Als nächstes folgt die *B-Dur-Tonleiter* mit den Tönen *b, c, d, es, f, g, a, b,* wobei „Es“ (zwischen c’ und c’’) sich errechnet aus einer Quinte von B nach unten zu ***32/27*** bzw. ***312,8889 Hz***.
Eine Quinte weiter herunter kommen wir dann zur *Es-Dur-Tonleiter* mit den Tönen *es, f, g, as, b, c, d, es,* wobei sich das „***As***“ aus dem obigen Es mit einer Quarte nach oben errechnet zu ***128/81*** bzw. ***417,185185 Hz***.

Wir können nun „***As***“ (128/81 bzw. ≈ 417,2 Hz) mit „***Gis***“ (25/16 bzw. 412,5 Hz) vergleichen und feststellen, dass der Ton „As“ um 4,7 Hz (bzw. als Verhältniszahl 2048/2025) höher ist als das „Gis“.
In der Regel ist jedoch der „is“-Ton höher als der entsprechende „es“-Ton, z.B. ist – wie man mit Ermittlung der reinen E-Dur-Tonleiter (im Anschluss an die oben schon vorgestellte A-Dur-Tonleiter) feststellen kann - „***Dis“*** um 3,9 Hz höher als „***Es***“.
Der Unterschied kann damit klar gemacht werden, dass zwei Halbtöne zusammen mehr als einen Ganzton ergeben. ($\frac{16}{15} \cdot \frac{16}{15} = \frac{256}{225} > \frac{245}{225} > \frac{243}{224} = \frac{9}{8}$)

Ein Halbton aufwärts liegt damit höher als ein Halbton abwärts vom nächsten Ganzton aus gerechnet. Der Unterschied zwischen den beiden Tönen ergibt sich hiernach aus der Differenz der Summe zweier Halbtöne und einem Ganzton (d.h. $\frac{256}{225} : \frac{9}{8} = \frac{2048}{2025}$).

Dass „As“ höher ist als „Gis“ liegt daran, dass „Gis“ zur A-Dur-Tonleiter gehört mit dem Ton A, der durch nur einen kleinen Ganzton aus der Quinte entsteht, während „As“ im Rahmen der Es-Dur-Tonleiter durch einen Halbton von der Quinte aus gewonnen werden kann.

Die genannten Differenzen betragen etwa ein Fünftel eines Halbtons, was Musiker noch gut unterscheiden können.

Man erkennt hiermit, dass es Probleme gibt, wenn man auf Tasteninstrumenten mit den üblichen zwölf Tasten (sieben weiße und fünf schwarze) mehrere Tonleitern mit reiner Stimmung einrichten möchte.

Dieses Problem trat historisch zuerst im Mittelalter auf, als man ab ca. 1000 n. Chr. in Kirchen Orgeln installierte. Man versuchte dann zu Beginn der Neuzeit dieses Problem durch leichte Abweichungen von der reinen Stimmung zu beheben, wobei Verhältnisse aus größeren Zahlen verwendet wurden und erhielt die sog. ***mitteltönigen Stimmungen***[9].
Endgültig gelöst werden konnte das Problem aber erst im 18. Jahrhundert durch Einführung der sog. ***wohltemperierten Stimmung*** (mit gleicher Verteilung aller zwölf Halbtöne auf die Oktave), zu der man rechnerisch mit Wurzeln umgehen musste. Da der Addition von Intervallen rechnerisch die Multiplikation von Verhältnissen entspricht, muss der Division von Intervallen die Wurzel von Verhältnissen entsprechen. Teilt man also die Oktave in 12 gleiche (auch „gleichschwebende" genannt) Töne, so entspricht deshalb einem solchen „wohltemperierten Halbton" die Zahl $\sqrt[12]{2}$ und dem „wohltemperierten Ganzton" die Zahl $\sqrt[6]{2}$.

Abschließend erwähnt noch, dass man Ende des 19. Jahrhundert zur Beschreibung der Intervalle zu einem logarithmischen Maßstab überging, der so normiert war, dass der wohltemperierte Halbton den Wert 100 erhält. Diese Maßeinheit wird deshalb als „***Cent***" bezeichnet. Und zwar bildet man dazu den 2er-Logarithmus der Verhältniszahl und multipliziert sie mit 1200. Diese Darstellung von Intervallen bietet einerseits eine gute Anwendung für die Logarithmenrechnung und andererseits ein besseres Verständnis der Intervallgrößen.
Der Oktave entspricht z.B. die Zahl 1200 Cent, während die Differenz von Gis zu As dem Wert 19,55 Cent entspricht. Zum Vergleich dazu hat der große Ganzton den Wert 203,9 Cent und das syntonische Komma den Wert 21,5 Cent.
Bekannt ist, dass geschulte Musiker Unterschiede bis zu 5 oder 10 Cent wahrnehmen können, was also etwa einem 10tel eines Ganztons entspricht.

## Literatur

GRAUMANN, G. (2007). Musikalische Stimmungen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. In: Der Mathematikunterricht Jg. 53, Heft 1/2, 2007, S. 6 -15.

---

[9] Ich persönlich habe eine solche Orgel mit mitteltöniger Stimmung in den 1960er Jahren in St. Jacobi in Hamburg kennen gelernt während meiner Zugehörigkeit zur dortigen Kantorei. Diese Erfahrung hat mich später angeregt, über die verschiedenen Stimmungen nachzudenken und Erkundungen einzuholen.
Soviel ich weiß, ist die Arp-Schnitger-Orgel in St. Jakobi die einzige heutige große Orgel, die mitteltönig gestimmt ist. Damals war sie 1959 auf Wunsch des Kantors Heinz Wunderlich mitteltönig gestimmt worden. Heute soll es noch einzelne weitere kleine Orgeln geben, die im Sinne von Wünschen nach originaltreuer Wiedergabe barocker Musik mitteltönig gestimmt sind. Manche elektronische Orgeln haben sogar Einstellungen für verschiedene mitteltönige Stimmungen.

# *Ergänzungen zum Aufsatz*

## Die Obertonreihe und das Rechnen mit Verhältnissen

Bei allen Instrumenten schwingen außer dem angeregten Grundton noch einzelne Obertöne – Töne mit der doppelten, dreifachen, vierfachen etc. Frequenz – mit. (Am Monochord ist die zugehörige Saitenlänge die Hälfte, ein Drittel, ein Viertel etc. der Grundsaite.)

Die Superposition (Addition) vom Grundton mit Obertönen ergibt eine sehr einfache regelmäßige Schwingungskurve, die unser Ohr / Gehirn als *einen* Ton interpretiert. Unterschiedliche Stärken von Obertönen bestimmen die Klangfarbe des Instruments.

Der Grundton (*Prime* genannt) hat das Saitenverhältnis $1:1$. Der erste Oberton ist die ***Oktave***, der das Saitenverhältnis ***2 : 1*** (bzw. $1:2$ – je nach Sicht der Verhältnisse – wir benutzen hier das zuerst genannte) zugeordnet ist. Männer und Frauen singen in der Regel in Oktaven.

Die Doppeloktave (Oktave der Oktave) wird dann offensichtlich durch das Verhältnis $4:1$ beschrieben. Die Dreifachoktave ist durch $8:1$ und die Vierfachoktave durch $16:1$ gekennzeichnet, etc.

Hieraus folgt für das *Rechnen mit Saitenverhältnissen*, dass die ***Addition bzw. Subtraktion von Intervallen***[10] einer ***Multiplikation bzw. Division der Saitenverhältnisse*** entspricht.
Die Multiplikation von Intervallen mit einer natürlichen Zahl n entspricht dann der n-ten Potenz der Verhältniszahl und die Division von Intervallen durch n entspricht der n-ten Wurzel.

[10] Die Doppeloktave sehen wir als Summe zweier Oktaven an, wie es etwa die Klaviertastatur nahe legt.

## Verschiedene Tonleiter in *reiner* Stimmung

| Quinte | | Quarte |
|---|---|---|
| Quarte | Gt | Quarte |

**C-Dur**: **c - d - e - f - g - a - h - c**

| *gr.Gt* | *kl.Gt* | *Ht* | *gr.Gt* | *kl.Gt* | *gr.Gt* | *Ht* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| große Terz 5 : 4 | | kleine Terz 6 : 5 | | große Terz 5 : 4 | | Halbt. 16:15 |

**G-Dur**: **g - a*- h - c - d - e - fis - g**

(mit ***27 : 16*** als Verhältnis für ***a**** <u>und</u> ***90 : 32*** bzw. ***45 : 32*** für ***fis***).

**D-Dur**: **d - e* - fis - g - a* - h - cis - d**

(mit ***81 : 64*** als Verhältnis für ***e**** <u>und</u> ***135 : 64*** bzw. ***135 : 128*** für ***cis***).

**A-Dur**: **a - h - cis* - d* - e - fis* - gis - a**

(mit ***25 : 12*** bzw. ***25 : 24*** als Verhältnis für ***cis**** <u>und</u> ***10 : 9*** für ***d**** <u>sowie</u> ***25 : 18*** für ***fis**** <u>und</u> ***25 : 16*** für ***gis***).

**F-Dur**: **f - g - a - b - c - d* - cis - d**

(mit ***16 : 9*** als Verhältnis für ***b*** <u>und</u> ***20 : 9*** bzw. ***10 : 9*** für ***d****).

**B-Dur**: **b - c - d* - es - f - g* - a - b**

(mit ***16 : 9*** bzw. ***8 : 9*** als Verhältnis für ***b*** <u>und</u> ***10 : 9*** als Verhältnis für ***d**** <u>sowie</u> ***40 : 27*** für ***g**** <u>und</u> ***32 : 27*** für ***es***).

**Es-Dur**: **es - f - g* - as - b - c* - d* - es**

(mit ***160 : 81*** als Verhältnis für ***c**** <u>und</u> ***128 : 81*** für ***as***).

## Verhältnisse der Grundtöne und spezieller Töne (bezogen auf c)

**c** : Prime **1,0**

**cis***: kl. Gt. von h aus ergibt $\frac{15}{8} \cdot \frac{10}{9} = \frac{25}{312}$ bzw. $\frac{15}{8} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{24} = 1{,}041\bar{6}$

**cis** : gr. Gt. von h aus ergibt $\frac{15}{8} \cdot \frac{9}{8} = \frac{135}{64}$ bzw. $\frac{15}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{135}{128} \approx 1{,}0547$

**d** : gr. Sekunde (Gt.) $\frac{9}{8}$ = **1,125**

**es** : gr. Gt. von f aus rückwärts ergibt $\frac{4}{3} : \frac{9}{8} = \frac{32}{27} \approx 1{,}1852$

**dis** : kleine Terz (Ht. von d aus) $\frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} = \frac{6}{5} = 1{,}2$

**e** : große Terz $\frac{5}{4}$ = **1,25**

**e*** : großer Ganzton von d aus ergibt $\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} = \frac{81}{64} = 1{,}265625$ (pyth. Terz)

**f** : Quarte $\frac{4}{3}$ ≈ **1,3333**.

**fis** : großer Ganzton von e aus ergibt $\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{8} = \frac{45}{32} = 1{,}40625$

**g** : Quinte $\frac{3}{2}$ **= 1,5**

**gis** : Ht. von a aus rückwärts ergibt $\frac{5}{3} : \frac{16}{15} = \frac{25}{16} = 1{,}5625$

**as** : Quarte von es aus ergibt $\frac{32}{27} \cdot \frac{4}{3} = \frac{128}{81} \approx 1{,}5802$

**a** : große Sexte $\frac{5}{3}$ ≈ **1,6667**

**a*** : großer Ganzton von g aus ergibt $\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{16} = 1{,}6875$

**b** : Ht. von a aus ergibt $\frac{5}{3} \cdot \frac{16}{15} = \frac{16}{9} \approx 1{,}7778$

**h** : große Septime $\frac{15}{8}$ = **1,875**

**c*** : kl. Gt. von b aus ergibt $\frac{16}{9} \cdot \frac{10}{9} = \frac{160}{81} \approx 1{,}9753$

**c’** : Oktave **2,0**

# Logarithmische Cent-Skala für Intervallgrößen

Ende des 19. Jahrhundert ging man zur Beschreibung der Intervalle zu einem ***logarithmischen Maßstab*** über, der so normiert war, dass der ***wohltemperierte Halbton den Wert 100*** erhält. Diese Maßeinheit wird deshalb als „Cent“ bezeichnet.

Und zwar bildet man dazu den 2er-Logarithmus der Saitenverhältniszahl und multipliziert sie mit 1200 , d.h. man bildet **1200·ld (n : m)** . Für die übliche Dur-Tonleiter sind

die ***Cent-Werte*** in der ***reinen Stimmung***:

| Ton-schritt | großer Ganzton | kleiner Ganzton | Halbton | großer Ganzton | kleiner Ganzton | großer Ganzton | Halbton |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ver-hältnis | **203,9** | **182,4** | **111,7** | **203,9** | **182,4** | **203,9** | **111,7** |

oder jeweils bezogen auf den Grundton

| Inter-vall | Pri-me | große Sekunde | reine Terz | (reine) Quarte | (reine) Quinte | reine Sexte | reine Septime | Oktave |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ver-hältnis | **0** | **203,9** | **386,3** | **498** | **702,0** | **884,4** | **1088,3** | **1200** |

Zum Vergleich die ***Cent-Werte*** der ***wohltemperierten Stimmung***

| Inter-vall | Pri-me | große Sekunde | reine Terz | (reine) Quarte | (reine) Quinte | reine Sexte | reine Septime | Oktave |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ver-hältnis | 0 | 200 | 400 | 500 | 700 | 900 | 1100 | 1200 |

Diese Darstellung von Intervallen bietet einerseits eine gute Anwendung für die Logarithmenrechnung und andererseits ein besseres Verständnis der Intervallgrößen. Z.B. entspricht die Differenz von Gis zu As dem Wert 19,55 Cent und das syntonische Komma hat den Wert 21,5 Cent.

Bekannt ist, dass *geschulte Musiker Unterschiede bis zu 5 oder 10 Cent wahrnehmen können.*