

Angelika BIKNER-AHSBAHS, Bremen, Tommy DREYFUS, Tel Aviv, Ivy KIDRON; Jerusalem

„General Epistemic Need” – ein Motor für Erkenntnisentwicklung?

In dem deutsch-israelischen Projekt *Effective knowledge construction in interest-dense situations* (*) werden zwei Modelle zur Wissenskonstruktion miteinander vernetzt (Prediger & Bikner-Ahsbahs, 2008), ein individuell-kognitives (RBC-Modell), das soziale Prozesse zur Wissenskonstruktion als individuell aufgebaut versteht, und ein sozial-konstruktivistisches (SVSt-Modell), das individuelle Prozesse zur Wissenskonstruktion als sozial eingebettet auffasst.

Das RBC-Modell ist Bestandteil der Theorie zur kontextueller Abstraktion (Abstraction in Context: AiC): Wissenskonstruktion ist kontextabhängig und beginnt darin mit einem Bedürfnis für die Konstruktion eines neuen Sachverhalts (need for a new construct), dem folgt die Konstruktion in Gestalt von drei ineinander geschachtelten epistemischen Handlungen: **C**onstructing impliziert **B**uilding-with und **B**uilding-with impliziert **R**econfiguring. Die neue Erkenntnis wird anschließend konsolidiert. (Hershkowitz, Dreyfus, & Schwarz 2001)

Das SVSt-Modell ist ein Modell kollektiver Erkenntnishandlungen, das aus der Theorie interessendichter Situationen (IDS) erwachsen ist, einer Theorie, die beschreibt und erklärt, wie Interesse fördernde Situationen im Mathematikunterricht durch kollektive Handlungen aufgebaut sind und durch welche Bedingungen sie gefördert oder behindert werden. Dieses Modell besteht aus drei eher heuristischen epistemischen Handlungen: Sammeln mathematischer Bedeutungen, Verknüpfen mathematischer Bedeutungen und **S**truktursehen. Alle interessendichten Situationen führen ins Struktursehen hinein. (Bikner-Ahsbahs, 2005)

Untersucht wird die Frage, was Lernende antreibt, in ihren Erkenntnisprozessen voranzukommen. In beiden Theorieansätzen wird dieser „Erkenntnisantrieb“ als situativ geprägt verstanden. AiC fasst Bedürfnisse (für ein neues Konstrukt) als Antriebsquelle für Erkenntnisprozesse auf. Die Theorie interessendichter Situationen sieht diese Antriebsquelle im Geflecht auftretender Interessen verankert (z. B. im kollektiven situativen Interesse der Gruppe oder im situationalen Interesse des Individuums, das aus der Situation emergiert). Methodisches Prinzip ist der Austausch von Analyseergebnissen, wobei die jeweils fremde Theorie mit ihren Methoden und Ergebnissen als Quelle von Herausforderung und Inspiration angesehen wird. Ziel ist es, beide Theorieansätze systematisch in Beziehung zu bringen und

dadurch zu vertiefen, möglicherweise integrierenden theoretischen Einsichten zu gelangen. Das folgende Beispiel illustriert den methodischen Kern des Vorgehens und stellt erste Ergebnisse vor.

Aufgabensituation: Ein deutsches Schülerpaar bearbeitet eine von dem israelischen Team erstellte Aufgabe zu einer Kettenbruchentwicklung der Goldenen-Schnitt-Zahl $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Die Schüler erhalten die Kettenbruchdar-

stellung $F(n) = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 \dots}}}$, wobei n die Anzahl der auftretenden Brüche

ist. Sie sollen zunächst die ersten sieben endlichen Kettenbrüche berechnen, anschließend die ersten 20 als Dezimalzahlen darstellen, jeweils beobachten und ihre Beobachtungen begründen. Ein abschließender Vergleich mit der Goldenen-Schnitt-Zahl sollte dann dazu führen, den Konvergenzprozess zu erfassen und sich den Begriff des Grenzwerts zu erschließen.

Mette und Jens, ein Schülerpaar aus einem deutschen Grundkurs des 11ten Jahrgangs (Beginn der Einführungsphase in die Oberstufe und ohne Erfahrungen mit Grenzwerten) werden bei der Bearbeitung dieser Aufgabe videographiert. Die Daten werden transkribiert, von beiden Teams getrennt analysiert; die Ergebnisse werden ausgetauscht und verglichen. Dies ist die Basis für anschließende Re-Analysen und einen erneuten Austausch der Ergebnisse, dem Vergleich und Analysen folgen, usw. Als Resultat dieser Überkreuzanalysen gewinnt man ein beide Modelle integrierendes Ergebnis oder aber die Einsicht, warum eine Integration der Ergebnisse nicht gelingen kann.

Ergebnisse der ersten separaten Analysen:

Ergebnisse des AiC-Teams: Dieses Team führt a priori Analysen durch, das heißt Analysen der Aufgabe gemäß der zu erwartenden Konstruktionen über den neu zu erwerbenden mathematischen Gegenstand. Die a posteriori Analyse der Transkripte konzentriert sich dann verstärkt auf Transkriptstellen im Bereich der Konstruktionen der neuen Sachverhalte. Wesentliche Ergebnisse der ersten Analysen sind:

- A priori Analyse: Eine Liste von zu erwartenden Konstruktionen zum Grenzwertbegriff (z. B. „Die Dezimalzahlen kommen der Zahl beliebig nahe“)
- A posteriori Analyse: (nur eine Auswahl wird vorgestellt)
 - Das Bedürfnis für die Bildung eines Grenzwertbegriffs als neues Konstrukt konnte wider erwarten nicht rekonstruiert werden.

- Die erwartete Systematik bei der Konstruktion des Grenzwertbegriffs trat nicht auf.

Ergebnisse des IDS-Teams: Mittels sequentieller interpretativer Analyse des gesamten Prozesses wird ein Phasendiagramm seines Verlaufs gewonnen: (Phase I: Sammeln, Phasen II, V: Verknüpfen, Phasen III, VI, VII, IX: Struktursehen, Phase VIII: Interviewerzentriert und dirigistisch).

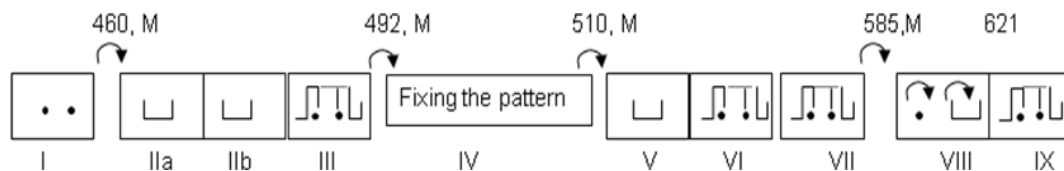


Abbildung 1: Phasendiagramm

- Mette steuert den Erkenntnisprozess vorausschauend („wir könnten jetzt gucken obs ne Regelmäßigkeit gibt“) und rückblickend („Ist das das einzige Ergebnis?“) und bevorzugt bei ihrer Beobachtung wahrnehmbare Muster im Endlichen.
- Jens pflegt hypothetisches Denken und versucht eher die potentiell unendlichen Prozesse zu erfassen.

Der folgende Analysetausch bringt beiden Teams Einsichten als Grundlage für den nächsten Analyseschritt. Das AiC-Team lernt, dass Mettes Steuerungsverhalten einen Beitrag zur Wissenskonstruktion liefert und dass in den Analysen nicht genügend zur Kenntnis genommene Transkriptbereiche bereits den Keim für Konstruktionen enthalten. Das IDS-Team lernt, dass die zentrale und lange Abschlussphase des Struktursehens in seiner fachlichen Qualität unstrukturiert ist und sich deshalb der weiteren Analyse entzieht. Behoben wird letzteres durch die Rekonstruktion des fachlichen Ideenflusses in Verbindung mit einer Konvertierung des Need-Konzepts: Es geht als emergentes Phänomen in den nächsten Analyseschritt des IDS-Teams ein.

Die Befunde aus diesen Überkreuzanalysen legen nun nahe, ein „general epistemic need (GEN)“, also ein allgemeines epistemisches Erkenntnisbedürfnis zu postulieren, das *vage mathematische Ideen in einer Aufgabe zunächst intuitiv und implizit erfasst und durch emergente Handlungen systematischer Klärung und Präzisierung diese Ideen zu expliziten und genauer festgelegten Konzepten transformiert*. Das GEN ist nicht explizit sichtbar, und man kann auch nicht davon ausgehen, dass dieses Bedürfnis den Lernenden bewusst ist. Dennoch scheint es sinnvoll sein, dieses Bedürfnis als Erkenntnisantrieb anzunehmen, das sich in der Art und Ausprägung des Handelns von Lernenden zeigt. Es verknüpft beide Theorien, weil es eng

mit dem situationalen Interesse verwoben ist, sich je nach Interessenlage (Cramer & Bikner-Ahsbahs, 2009) individuell unterschiedlich realisiert und die Emergenz des „need for a new construct“ ermöglicht. Seine Postulierung hat beim IDS-Team z. B. zur Rekonstruktion folgender Erkenntnisschritte bei der Berechnung der Kettenbrüche als Brüche geführt:

Schritt 1: *Schrittweise Zeichen verfolgen* (Beginnt mit dem Berechnen der einzelnen Brüche, um die Bruchdarstellung des Kettenbruchs zu erhalten.)

Schritt 2: *Berechnungsprinzip wird zum Aufbauprinzip* (Die Berechnung der Brüche führt z. B. zur Erkenntnis $F(n)=1+1/F(n-1)$ als Aufbauprinzip der Folge, allerdings nur verbal, weil die Formalisierung nicht gelingt.)

Schritt 3: *Muster sehen* (oder Struktursehen) (Z. B. werden $F(3) = 5/3$ und $F(4)=(5+3)/5$ als musterhaft wahrgenommen.)

Schritt 4: *Muster prüfen* (d. h. an konkreten Beispielen testen.)

Schritt 5: *Muster rechtfertigen* (Z. B. formal, aber auch allgemein verbal-inhaltlich.)

Diese fünf Schritte zeigen, wie implizit in den Aufgaben enthaltene Gesetzmäßigkeiten handelnd als vage Ideen erschlossen und zunehmend expliziert werden und schließlich durch Geltungsprüfungen und –nachweisen zu einem konkreten, präziser fundierten und definierten mathematischen Gegenstand transformiert werden.

Die Übertragung der ersten vier Schritte auf die Dezimaldarstellungen gelingt gut. Schritt 5 aber können die Lernenden nicht umsetzen. Dieser *Mangel an Erfolg* wird zu einer *Quelle* für Explorationen zur Idee der *Annäherung der Dezimalzahlen an die Goldene-Schnitt-Zahl*, ein Prozess, dessen Erkenntnisfluss wiederum ein GEN unterstellt werden kann.

(*) Dieses Projekt wird gefördert von der “German-Israeli Foundation for Scientific Research and Development”, grant 946-357.4/2006.

Literatur

Bikner-Ahsbahs (2005). *Interesse zwischen Subjekt und Situation*. Berlin, Hildesheim: Franzbecker Verlag.

Cramer, J. & Bikner-Ahsbahs, A. (2009). Mathematical interest spheres and their epistemic function. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidrou, H. Sakonidis (Eds.), *Proc. of the 33th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2 (353-361). Thessaloniki-Greece: Moucos-Communication.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 195-222.

Prediger, S., Bikner-Ahsbahs, A. & Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connection theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM-International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 165-178.