

Ulrich BÖHM, Darmstadt

## **Modellierungskompetenzen mit geeigneten Aufgaben langfristig entwickeln**

Zur Förderung von Modellierungskompetenzen gibt es inzwischen zahlreiche Angebote und Hinweise. Allerdings gibt es bislang kein Unterrichtskonzept für eine systematische Förderung von Modellierungskompetenzen in der Sekundarstufe 1 bis zum Mittleren Schulabschluss (vgl. Böhm 2009). Im Rahmen meines Promotionsvorhabens ist es das Ziel, Vorschläge für einen vertikalen Aufbau (vgl. Bruder 2006, S. 136) von Modellierungskompetenzen in der Sekundarstufe 1 zu erarbeiten.

In diesem Beitrag wird zunächst ein begrifflicher Rahmen zur Beschreibung von Modellierungskompetenz vorgestellt, so dass Teilziele eines langfristigen Kompetenzaufbaus beschrieben werden können. Anschließend geht es um eine Förderung von Modellierungskompetenzen in Klasse 5 auf der Grundlage eines lerntheoretischen Konzeptes.

### **1. Modellierungskompetenzen und Lernziele**

Im KOM-Projekt erfolgt die Beschreibung von Modellierungskompetenzen anhand dreier Dimensionen (vgl. Blomhøj und Jensen 2007, S. 51): 1. *Degree of coverage* (Wissen, Können und Meta-Wissen zum Ausführen des Prozesses der Bearbeitung realitätsbezogener Aufgaben), 2. *Technical level* (Mathematik, die bei der Bearbeitung realitätsbezogener Aufgaben eingesetzt werden kann) und 3. *Radius of action* (Situationen und (außermathematische) Kontexte, aus denen realitätsbezogene Probleme mit Hilfe von Mathematik bearbeitet werden können).

Das Ziel des langfristigen Aufbaus von Modellierungskompetenzen hinsichtlich der ersten Dimension ist eng verknüpft mit dem Modellierungskreislauf, der den Prozess des Bearbeitens realitätsbezogener Probleme beschreibt (vgl. Leiß & Blum 2006, S. 40f). Zu Beginn der Sekundarstufe 1 kann hierbei auf Vorkenntnissen aus der Grundschule aufgebaut werden. Entsprechend den Bildungsstandards für die Grundschule können Lernende „Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen“ (KMK 2005, S. 8). Diese Beschreibung entspricht einem Lösungsplan mit drei Schritten: 1. Problem verstehen, 2. Mathematik ins Spiel bringen und rechnen und 3. Resultat auf das Problem beziehen und prüfen. Ein solcher Lösungsplan wird in der Grundschule bisher nicht expliziert. Er stellt jedoch eine spezifische Erweiterung des Schemas „Frage-Rechnung-Antwort“ dar und kann in höheren Klassen zu einem Modellierungskreislauf mit mehre-

ren Schritten erweitert werden. In Klasse 5 soll den Lernenden ein Lösungsplan nun explizit zur Verfügung stehen.

Notwendige Voraussetzung zum sinnvollen Arbeiten mit einem solchen Lösungsplan ist das Ernstnehmen des realen Kontextes einer Aufgabe. Dass Lernende genau dies häufig nicht tun, sondern sich beim Bearbeiten von Textaufgaben z.B. an Signalworten im Aufgabentext orientieren, zeigen zahlreiche Studien um „word problems“ (vgl. Greer 1997, S. 294). Dieses Ziel, das Lernende den Kontext ernst nehmen, lässt sich der Dimension „radius of action“ zuordnen.

Zum mathematischen Wissen, das Lernende in Klasse 5 anwenden können sollen, gehören die Grundrechenarten. Da die innermathematische formale Beherrschung von Inhalten ein Anwenden-können nicht impliziert (vgl. Blomhøj und Jensen 2007, S. 54), ist es nötig die Grundrechenarten als Mathematisierungsmuster auszubilden. Mathematisierungsmuster sind mathematische Wissens-elemente, die zur Anwendung verallgemeinert sind und deren Verwendung reflektiert erfolgt (vgl. Bruder 2006, S. 137). Sie lassen sich über das „technical level“ beschreiben.

Die Ziele für die Entwicklung von Modellierungskompetenzen in Klasse 5 lassen sich also wie folgt zusammenfassen: *Lernende wenden die Grundrechenarten flexibel zum Bearbeiten von Sachaufgaben an. Der Bearbeitungsprozess orientiert sich dabei an einem Lösungsplan.*

## **2. Theorie der Lerntätigkeit**

Lerntätigkeit ist auf die Aneignung von Wissen und Können gerichtet (vgl. Giest und Lompscher 2006, S. 67). Die oben genannten Ziele stellen das gewünschte Lernergebnis dar. Diese Ergebnisse unterscheiden sich von den äußeren Produkten der Lerntätigkeit (z.B. der schriftlichen Bearbeitung einer Sachaufgabe) (vgl. Lompscher 1985, S. 40). Damit (Lehr-)Ziele erreicht werden, müssen vom Lernenden individuelle Lernziele gebildet werden, deren Erreichen von Lernmotiven angetrieben wird. Die Realisierung der Lernziele erfolgt dann innerhalb der Lernhandlung, die in einer Folge von Teilhandlungen vollzogen wird (vgl. Giest und Lompscher 2006, S. 189). Dabei hängen Lernverlauf und Lernergebnis wesentlich von der Orientierungsgrundlage ab (vgl. Giest und Lompscher 2006, S. 192).

Eine wünschenswerte Orientierungsgrundlage für das Bearbeiten realitätsbezogener Aufgaben ist der oben beschriebene Lösungsplan. Nach Greer (1997, S. 294) weisen Studien zur Bearbeitung von word problems darauf hin, dass Lernende genau diesen Lösungsplan häufig nicht befolgen, sondern Operationen nach Schlüsselwörtern auswählen, die Zahlen aus dem Aufgabentext einsetzen, das Ergebnis berechnen und keinen Rückbezug auf

das ursprüngliche Problem herstellen. Das Arbeiten nach einer solchen Orientierungsgrundlage führt bei „normalen“ eingekleideten Aufgaben häufig zum Erfolg. Das hat zur Konsequenz, dass Ziele (z.B. Aufgaben schnell bearbeiten zu können) erreicht werden können. Dies verhindert jedoch die Aneignung grundlegender Fertigkeiten für einen langfristigen Aufbau von Modellierungskompetenzen. Dazu müssen geeignete Lernziele gebildet werden (z.B. Realitätsbezogene Probleme mit geeigneter Mathematik lösen) und es muss zur Ausführung entsprechender Lernhandlungen aufgefordert werden. Dies geschieht durch die Auswahl geeigneter Aufgaben als Aufforderungen zum Lernhandeln (vgl. Bruder 2008, S. 16).

Im Sinne des Aufsteigens vom Abstrakten zum Konkreten eignen sich die Lernenden zunächst den Lösungsplan sowie die Mathematisierungsmuster als Ausgangsabstraktion in aktiver Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand an. Wurde dann das „kognitive Werkzeug“ bereitgestellt, erfolgt das Eindringen in den Lerngegenstand, um das Handeln mit zuvor erarbeiteten Ausgangsabstraktionen in vielfältigen Situationen zu üben (vgl. Giest und Lompscher 2006, S. 220f).

### **3. Konzept und Aufgaben einer Förderung von Modellierungskompetenzen in vier Etappen**

In der *ersten Etappe* entwickeln die Lernenden eine Modellperspektive. Dazu muss erkannt werden, dass die Grundrechenarten bei Sachaufgaben als mathematisches Modell zur Beschreibung und Bearbeitung von realitätsbezogenen Situationen angewendet werden können. Des Weiteren wird auf Grenzen bzw. Probleme dieses Vorgehens anhand von Nicht-Standard-Einkleidungen (P-items bei Verschaffel et al. 1994, S. 275) hingewiesen.

In der *zweiten Etappe* wird, anknüpfend an die Erfahrungen mit den Aufgaben aus Etappe eins, ein Lösungsplan erarbeitet, der in den weiteren Etappen als Orientierungsgrundlage dient.

In *Etappe drei* geht es um die Ausbildung der Mathematisierungsmuster, jeweils einzeln zu jeder Grundrechenart. Hier kann auf Vorerfahrungen aus der Grundschule aufgebaut werden. Damit die Aufgaben nicht anhand von Oberflächenmerkmalen bearbeitet werden, kommen in dieser Etappe auch Nicht-Standard-Einkleidungen sowie Über- und Unterbestimmte Aufgaben (vgl. Humenberger 2003) vor. Nach dieser Etappe sind die Ausgangsabstraktionen erarbeitet.

In der *vierten und letzten Etappe* wird flexibel mit den zuvor erarbeiteten Mathematisierungsmustern auf Grundlage des Lösungsplans gearbeitet. Bevor Aufgaben bearbeitet werden, für deren Bearbeitung alle Schritte des Lösungsplans notwendig sind, können zuvor Klassifikationsaufgaben (vgl.

De Bock et al. 2009) mit dem Schwerpunkt „Mathematik ins Spiel bringen“ und „Wer hat Recht?“-Aufgaben (vgl. Bruder 2008, S. 34) zum „Prüfen“ bearbeitet werden. Das flexible Arbeiten mit den Mathematisierungsmustern und dem Lösungsplan erfolgt dann in einer Lernumgebung zu einem Sachkontext mit verschiedenen, oben genannten Aufgabentypen aus den Etappen eins bis drei.

Eine Konkretisierung des Konzepts mit Aufgabenbeispielen wird demnächst in einem ISTRON-Band erscheinen (Böhm in Vorbereitung).

## Literatur

- Blomhøj, M. und Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? In: Blum, W. et al (Hrsg.) *Modelling and Applications in Mathematics Education*, S. 45-56.
- Böhm, U. (2009). Ein Online-Lehrerfortbildungskurs zum mathematischen Modellieren. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2009. Münster, WTM-Verlag. S. 479-482.
- Böhm, U. (in Vorbereitung). Aller Anfang ist schwer, modellieren lernen umso mehr! In: Bruder, R. & Eichler, A. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Bruder, R. (2006). Langfristiger Kompetenzaufbau. In: Blum, W. et al. (Hrsg.) *Bildungsstandards Mathematik: konkret*. Berlin: Cornelsen Scriptor. S. 135-151.
- Bruder, R. (2008). Vielseitig mit Aufgaben arbeiten – Mathematische Kompetenzen nachhaltig entwickeln und sichern. In: Bruder, R. et al.: *Mathematikunterricht entwickeln*. Berlin: Cornelsen Scriptor. S. 18-52.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Vleugels, K. & Verschaffel, L. (2009). Word problem classification: A Promising Modelling task at the elementary level. Paper presented at ICTMA 14. Hamburg.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293-307.
- Giest, H. und Lompscher, J. (2006). Lerntätigkeit – Lernen aus kultur-historischer Perspektive. Berlin: Lehmanns.
- Humenberger, H. (2003). Dreisatz einmal anders: Aufgaben mit überflüssigen bzw. fehlenden Angaben. In: Henn, H.-W. & Maaß, K. (Hrsg.) *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker. S. 49-64.
- KMK (2005). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. München: Luchterhand.
- Leiß, D. und Blum, W. (2006). Beschreibung zentraler mathematischer Kompetenzen. In: Blum, W. et al. (Hrsg.) *Bildungsstandards Mathematik: konkret*. Berlin: Cornelsen Scriptor. S. 33-50.
- Lompscher, J. (1985). Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit. Berlin: Volk und Wissen.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4(4), 273-294.