

Georg BRUCKMAIER, Regensburg, Stefan KRAUSS, Regensburg, Martin BRUNNER, Luxemburg

PROLOG: Eine Studie zum *probabilistischen* und *logischen* Denken von Jugendlichen in Luxemburg

Zusammenfassung

Probabilistisches und logisches Denken ist Forschungsgegenstand dreier verschiedener Disziplinen: Didaktik der Mathematik (d.h. Stochastik), Kognitionspsychologie (Urteilen und Entscheiden unter Unsicherheit) und Intelligenzforschung (logisches und schlussfolgerndes Denken). Jede Forschungstradition verwendet verschiedene Untersuchungsparadigmen, die bislang kaum kombiniert eingesetzt wurden. Im PROLOG-Projekt (von *probabilistisch* und *logisch*) – einer nationale Ergänzung der luxemburgischen PISA 2009-Studie – bearbeitete erstmalig eine große Stichprobe von etwa 2000 Jugendlichen eine umfassende Sammlung von Aufgaben aus allen drei Forschungstraditionen.

1. Die drei in PROLOG untersuchten Bereiche: P, L und T

Folgende bei PROLOG untersuchten Aspekte sind wesentlich für den vorliegenden Beitrag:

P: Aufgaben aus der Stochastik (z. B. PISA-Aufgaben zur Leitidee „Daten und Zufall“). Dieser Kompetenzbereich, den wir im Folgenden kurz „P“ (für probabilistisches Denken) nennen, umfasst im Wesentlichen Inhalte des schulischen Stochastikunterrichts (vgl. auch statistical literacy).

L: Aufgaben zum schlussfolgernden Denken (z. B. Figurenalogien und Zahlenreihen). Diesen Kompetenzbereich, der üblicherweise allgemeine kognitive Fähigkeit (bzw. IQ) genannt wird, bezeichnen wir in unserem Projekt kurz als „L“ (für logisches Denken).

T: Kognitive Täuschungen stochastischer und logischer Art (wie z. B. Wasons Kartenauswahlaufgabe, das Ziegenproblem, die Linda-Aufgabe, etc.), die vor allem von Kognitionspsychologen ausführlich experimentell untersucht wurden (z. B. Kahneman, Slovic & Tversky, 1982; vgl. auch Tabelle 2). Diesen Bereich nennen wir im Folgenden kurz „T“ (für Täuschungen).

2. Fragestellungen

Im vorliegenden Beitrag fokussieren wir vor allem auf T (vgl. Tabelle 1).

Forschungsfrage 1:

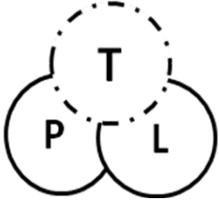
Berühmte kognitive Täuschungen logischer und stochastischer Art werden üblicherweise experimentell einzeln untersucht (vgl. z. B. das Forschungs-

programm von Kahneman und Tversky). Interessanterweise wurde unseres Wissens bislang noch nicht die Frage gestellt, ob es sich bei T um eine eigenständige Kompetenz handelt, das heißt, ob es Personen gibt, die sich *grundsätzlich* kompetent (bzw. grundsätzlich nicht kompetent) bei solchen Aufgaben erweisen. Die Frage lautet also, ob sich mit verschiedenen Items dieser Art ein Konstrukt „Täuschungsresistenz“ reliabel erfassen lässt.

Forschungsfrage 2:

Inwieweit hängt eine solche angenommene Kompetenz T mit den (bereits etablierten) Kompetenzbereichen P bzw. L zusammen? Sind P bzw. L notwendige oder gar hinreichende Kompetenzen, die „resistent“ gegenüber berühmten kognitiven Täuschungen machen? Eine alternative Hypothese wäre, dass es sich bei diesen Täuschungen um Aufgaben einer ganz eigenen Art handelt, bei denen weder stochastische Schulbildung noch hohe Intelligenz von großem Nutzen sind.

Tabelle 1: Fragestellungen der vorliegenden Untersuchung

Fragestellungen	Erläuterung	Psychometrische Entsprechung	Visualisierung
<i>Frage 1:</i> Ist T eine eigenständige (reliabel messbare) Kompetenz?	Gibt es „Experten“ für T?	Korrelieren die Items von T? Wie hoch ist Cronbach's α ?	
<i>Frage 2:</i> Wie hängt T mit P und L zusammen?	Kann man bei berühmten kognitiven Täuschungen von P bzw. L „profitieren“?	Wie korrelieren die Items von T mit P und L?	

Der gestrichelte Kreis in Tabelle 1 (rechts) um T bedeutet, dass die Etablierung dieses Kompetenzbereichs noch aussteht (Forschungsfrage 1). Die untere Grafik der sich überschneidenden Kreise steht für die Frage, inwieweit die drei Kompetenzbereiche zusammenhängen (Forschungsfrage 2).

3. Methode: Stichprobe und Instrumente der PROLOG-Studie

PROLOG ist eine luxemburgische Ergänzungsstudie von PISA 2009 zur Analyse des probabilistischen und logischen Denkens von Schülern.

Stichprobe

An PROLOG nahmen 1926 SchülerInnen (58% Mädchen) im Alter von 16 bis 18 Jahren teil. Die SchülerInnen besuchten je zur Hälfte das *Enseignement secondaire technique* (vergleichbar mit der deutschen Realschule)

und das *Enseignement secondaire* (vergleichbar mit dem deutschen Gymnasium); 67% davon besuchten die 9. Klasse, 33% die 10. Klasse.

Instrumente

P wurde mit Aufgaben aus den deutschen Bildungsstandards zur Leitidee „Daten und Zufall“ erfasst. L wurde mit Figurengleichungen und Zahlenreihen aus dem Berliner Intelligenzstruktur-Test gemessen (Jäger, Süß & Beauducel, 1997). Zur Erfassung von T bearbeiteten die Schüler „klassische Täuschungsaufgaben“ (Linda-Aufgabe, Ziegenproblem, Geburtenquote im Krankenhaus, Wason-Aufgabe). Tabelle 2 präsentiert Beispielaufgaben für die drei untersuchten Bereiche.

Tabelle 2: Beispielitems für die drei untersuchten Bereiche P, L und T

Beispielaufgaben	
<i>P</i>	<p><i>Spielsteine:</i> Eine Kiste enthält 45 farbige Spielsteine: blaue, grüne, gelbe. Wenn die Wahrscheinlichkeit einen gelben Spielstein zu ziehen, $\frac{2}{5}$ beträgt, wie viele gelbe Spielsteine sind dann in der Kiste?</p> <p><i>Antwortoptionen:</i> 2 5 9 18 25</p>
<i>L</i>	<p><i>Figurengleichungen:</i> Welche der fünf Figuren muss man anstelle des Fragezeichens einsetzen, damit zwischen den Figuren vor dem Gleichheitszeichen dieselbe Beziehung besteht wie zwischen den Figuren hinter dem Gleichheitszeichen?</p> <p style="text-align: center;"> </p>
<i>T</i>	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 48%;"> <p><i>„Linda-Aufgabe“</i> Linda ist 31 Jahre alt, alleinstehend, sehr intelligent und sagt offen ihre Meinung. Sie hat Philosophie studiert. Während der Studienzeit beschäftigte sie sich mit Fragen der Gleichberechtigung und nahm auch an Anti-Atomkraft-Demonstrationen teil.</p> <p>Welche Aussage ist wahrscheinlicher?</p> <p>a) Linda ist eine Bankangestellte b) Linda ist eine Bankangestellte und ist in der feministischen Bewegung aktiv</p> </div> <div style="width: 48%;"> <p><i>„Wason-Aufgabe“</i> Überprüfe die folgende Regel: Wenn auf der einen Seite der Karte ein Vokal steht, dann befindet sich auf der anderen Seite eine gerade Zahl.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 40px; text-align: center;">E</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 40px; text-align: center;">K</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 40px; text-align: center;">4</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 40px; text-align: center;">7</div> </div> <p>Welche dieser vier Karten können die obige Regel verletzen?</p> </div> </div>

In Tabelle 2 können leider nur wenige Beispielaufgaben (teilweise nur in Kurzform) präsentiert werden. Der Erstautor (georg.bruckmaier@mathematik.uni-regensburg.de) informiert gerne ausführlicher über die eingesetzten Aufgaben sowie deren Lösungen.

4. Ergebnisse

Zu Fragestellung 1:

Die Auswertung der Daten ergab für die insgesamt 5 Items, die wir zur Messung von T eingesetzt haben, eine Reliabilität von .15. Der niedrige Wert von Cronbachs α bedeutet, dass die einzelnen kognitiven Täuschungen nur sehr schwach miteinander zusammenhängen und keine allgemeine Fähigkeit zum „Durchschauen kognitiver Täuschungen“ identifiziert werden konnte. P und T dagegen konnten – mit Werten von $\alpha = .81$ beziehungsweise $\alpha = .71$ – erwartungsgemäß reliabel erfasst werden.

Zu Fragestellung 2:

Für die wechselseitigen Interkorrelationen der drei Bereiche ergaben sich folgende Werte:

Tabelle 3: Interkorrelationen r (nach Spearman) zwischen P, L und T

	P	L	T
Probabilistisches Denken P	--	.59	.26
Logisches Denken L	--	--	.24
„Kompetenz“ bei kognitiven Täuschungen T	--	--	--

Da T jedoch nicht reliabel erfasst werden konnte, sind die Korrelationen in der letzten Spalte mit Vorsicht zu interpretieren. Obschon die von Tversky und Kahneman diskutierten Aufgaben offensichtlich mit probabilistischem und logischem Denken zu tun haben, besteht nämlich *kein systematischer* Zusammenhang mit den entsprechenden Kompetenzen P und L. Für die Korrelationen der *einzelnen Items* von T mit den Konstrukten P und L ergaben sich vielmehr sehr differentielle Befunde (diese werden ausführlich diskutiert in Bruckmaier, Krauss & Brunner, eingereicht).

Literatur

- Bruckmaier, G., Krauss, S. & Brunner, M. (eingereicht). Erste Ergebnisse aus dem PROLOG-Projekt zum probabilistischen und zum logischen Denken.
- Jäger, A. O., Süß, H.-M., & Beauducel, A. (1997). *Berliner Intelligenzstruktur - Test, Form 4*. Göttingen: Hogrefe.
- Kahneman, D., Slovic, P. & Tversky, A. (Hrsg.). 1982. *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge University Press: New York.