

JULIA CRAMER, Bremen

Induktion durch vollständiges Zeigen. Schlussweisen in Argumentationsprozessen

In diesem Beitrag soll mit Hilfe einer qualitativen Fallstudie ein Analyseinstrument vorgestellt werden, mit dem nicht nur die Struktur von Argumentationsprozessen, sondern auch ihre „mathematische Qualität“ anhand der genutzten Schlussregeln beschrieben und rekonstruiert werden kann.

Theoretischer Hintergrund

In vielen Untersuchungen über Argumentations- oder Beweisprozesse hat sich das Toulmin-Schema als geeignet erwiesen, um die Struktur und die Tiefe mathematischer Argumentation zu beschreiben (Knipping 2003). Das Toulmin-Schema (Toulmin 1996) unterscheidet Bestandteile von Argumentationsprozessen hinsichtlich ihrer Funktion in Datum, Konklusion, Schlussregel, Stützung, und Operator. Die Konklusion ist die Aussage, die in der Argumentation hergeleitet werden soll. Daten sind unbestrittene Fakten, auf die die Behauptung zurückgeführt wird. Schlussregeln erklären den Schritt von den Daten auf die Konklusion. Stützungen geben an, wieso eine Schlussregel angewendet werden kann. Operatoren schränken die Gültigkeit einer Aussage ein oder nennen Ausnahmebedingungen. Konklusionen, die im Argumentationsprozess als geltend akzeptiert werden, können als neue Daten verwendet werden. Werden geäußerte Daten, Schlussregeln, Stützungen oder Operatoren in Frage gestellt, werden diese Bestandteile ebenfalls zu Behauptungen, die begründet und von den (meisten) anderen Teilnehmern des Argumentationsprozesses akzeptiert werden müssen.

Um die Arten der Schlussregeln zu beschreiben, erweist sich ein Blick in die Rhetorik als nützlich. Ottmers (2007) stellt einen Katalog topischer Schemata zusammen, die er in die zwei Großklassen der alltagslogischen und konventionalisierten Schlussweisen einteilt. Die alltagslogischen Schlussweisen ähneln logischen Schlussweisen stark. Hier beschreibt Ottmers fünf Subklassen: Kausal-, Vergleichs-, Gegensatz- und Einordnungsschlüsse sowie Beispielargumentationen. In den ersten vier Schlussweisen wird von allgemeinen Aussagen auf das Spezielle geschlossen, im letzten Typus von konkreten Beispielen auf das Allgemeine. Kausalschlüsse nutzen Relationen zwischen Ursache und Wirkung, zwischen Grund und Folge menschlicher Handlungen oder zwischen Mittel und Zweck. Vergleichsschlüsse stellen Beziehungen her zwischen gleichen, verschiedenen oder mehr oder wenige ähnlichen Situationen her. Gegensatzschlüsse beziehen sich auf eine Situation, in der nicht gleichzeitig gegensätzliche Bedingun-

gen oder Eigenschaften vorliegen können. In einem Einordnungsschluss wird von einer Definition auf die Eigenschaften des Definierten geschlossen. Bei Beispielerargumentationen unterscheidet Ottmers illustrative und induktive Beispiele. Illustrative Beispiele sind solche, an denen gezeigt wird, dass die Behauptung für verschiedene Fälle gilt. Unter einem induktiven Beispiel versteht Ottmers das, was oft auch als generisches Beispiel bezeichnet wird: Obwohl es sich um ein Beispiel handelt, ist ein allgemeiner Charakter erkennbar oder eine allgemeine Strategie, wie die Behauptung auf andere Fälle übertragen werden kann.

Für die zweite Großklasse der konventionalisierten Schlussweisen kann kein vollständiger Katalog angegeben werden, weil es sich hierbei um rein konventionell festgelegte Schlussmuster handelt. Ottmers beschreibt eine Auswahl von konventionalisierten Schlussweisen, die im Alltag oft vorkommen. Für den Schulunterricht ist dabei der Autoritätsschluss von großer Bedeutung. Hierbei wird eine Konklusion dadurch begründet, dass eine anerkannte Autorität ebenfalls diese Behauptung vertritt.

Methodologische Überlegungen

Schwarz et al. (2003) betonen: „*constructing is a never-ending process of marshalling evidence that the chosen belief is (a) supported by the available evidence and (b) more warranted than plausible rival beliefs*“ (Schwarz et al. 2003, 222). Meine Analysen basieren auf der Auffassung, dass Argumentieren eine epistemische, d.h. eine bewusste, auf Erkenntnis ausgerichtete Handlung ist. Der Erkenntnisgewinn entsteht durch das Einlösen und Überprüfen von aufgestellten Geltungsansprüchen. Als Argumente werden hier Aussagen aufgefasst, die eine Behauptung wahrscheinlicher machen.

Die hier analysierten Daten stammen aus der Pilotphase des Forschungsprojekts „Effective knowledge construction in interest-dense situations“, das an den Universitäten Bremen, Tel-Aviv und dem Jerusalem College of Technology durchgeführt und von der German-Israeli-Foundation (Projektnr. 946-357.4/2006) gefördert wird. In dieser Fallstudie bearbeiten zwei leistungsstarke Schülerinnen (10. Klasse, Gymnasium) eine logische Aufgabe (s. unten). Das Transkript dieser Situation wurde in zwei Schritten analysiert. Zunächst wurde der Bearbeitungs- und Erkenntnisprozess in Turn-by-turn-Analysen rekonstruiert. In einem zweiten Schritt wurden die Bestandteile der Argumentationsprozesse sowie die Schlussweisen mit Hilfe des Toulmin-Schemas und von Ottmers Katalog topischer Schemata identifiziert. Es soll den folgenden Fragen nachgegangen werden:

- Welche Schlussweisen verwenden die Schülerinnen?

- Gibt es Schlussweisen, die sich nicht mit Hilfe des Katalogs topischer Schemata von Ottmers beschreiben lassen?

Die Aufgabe: Die Berater des Königs

Stell dir vor, du möchtest Berater eines Königs werden und musst zu diesem Zweck eine Aufnahmeprüfung bestehen, in der deine logische Kompetenz geprüft wird. Zu dieser Aufnahmeprüfung werden alle Berater des Königs eingeladen, die diese Aufnahmeprüfung selbst bereits bestanden haben und die Regeln kennen. Auf diesem Treffen bittet der König alle seine Berater und den Prüfling, in einem Kreis Platz zu nehmen. Er setzt jedem im Kreis einen Hut auf und sagt: „Mindestens einer von euch trägt einen Hut, der mit einem `X` markiert ist. Jeder von euch hat die Aufgabe, herauszufinden, ob sein Hut mit einem X markiert ist oder nicht. Im Fünfminutentakt ertönt jeweils ein Gong, bis alle im Kreis wissen, ob sie einen markierten Hut tragen. Jeder von euch, der zu der Schlussfolgerung gekommen ist, dass sein Hut mit einem X markiert ist, hebt beim nächsten Gong die Hand.“ Durch die kreisförmige Sitzordnung sieht jeder Berater und auch der Prüfling die Hüte aller anderen, aber nicht seinen eigenen. Niemand darf sprechen.

Du hast einen Tag Zeit dir zu überlegen, wie du dich in der Prüfung verhalten wirst. Wie gehst du vor?

Erste Ergebnisse und ein kurzer Ausblick

Die beiden Schülerinnen Anja und Frauke gehen sehr strukturiert vor. Sie besprechen zuerst den Fall, dass es genau einen markierten Hut und insgesamt vier Berater gibt. Sie malen eine Skizze der Situation und denken sich abwechselnd in Perspektiven der verschiedenen Berater hinein. Auf diese Weise lösen sie diesen ersten Fall innerhalb weniger Minuten. Sie nennen zuerst die gegebenen Bedingungen der Aufgabe und sammeln damit Datenmaterial für die Argumentation. Unter Rückgriff auf das Diagramm klären sie, welcher Berater wie viele markierte und nicht markierte Hüte sieht. Verknüpft mit der Bedingung, dass es mindestens einen markierten Hut gibt, schließen Anja und Frauke kausal, dass derjenige Berater mit markiertem Hut keinen anderen markierten Hut sieht und somit weiß, dass er selbst einen markierten Hut hat und sich meldet. Dieser Kausalschluss wird als ein neues Datum verwendet. Wenn sich dieser Berater beim ersten Gongschlag meldet, erkennen alle anderen Berater, dass es nur diesen einen markierten Hut geben kann. Auch hierbei handelt es sich um einen Kausalschluss. Der Argumentationsstrang für den Fall genau eines markierten Huttes wird mehrfach durchlaufen. Dabei werden in den ersten Wiederholungen Bestandteile wie die Schlussregel oder Operatoren (dass dieser Schluss nur für genau einen markierten Hut gilt) hinzugefügt oder modifiziert, bis beide Schülerinnen mit der Argumentation zufrieden sind. Doch auch im Folgenden wird der Argumentationsstrang noch ein paar Mal durchlaufen, ohne dass weitere Veränderungen vorgenommen werden. Dies zeigt das

hohe Bedürfnis der beiden Schülerinnen nach Absicherung und Prüfung der Argumentation. Je öfter die Argumentation durchlaufen wird, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit eines Fehlschlusses. Dieses Phänomen ist auch beim Durchsprechen späterer Fälle immer wieder beobachtbar.

Anja und Frauke gehen danach systematisch die Fälle von zwei, drei und vier markierten Hüten durch. Dabei nutzen sie jeweils den zuvor besprochenen Fall und lösen die einzelnen Fälle durch Kombinationen aus Kausal- und Gegensatzschlüssen. Die Verknüpfung dieser Fälle ergibt ein induktives Beispiel, anhand dessen Anja und Frauke allgemein das Vorgehen in dieser Prüfung erläutern können. Diese Struktur erkennen sie nach dem Fall genau drei markierter Hüte. Zur Absicherung sprechen sie den Fall vier markierter Hüte durch und springen dann zum Fall genau 10 markierter Hüte. Dieser Sprung zeigt, dass es sich zwar um ein konkretes Beispiel handelt, es aber als induktives Beispiel in der Argumentation genutzt wird. An nur einer Stelle des gesamten Argumentationsprozesses nutzen Anja und Frauke einen konventionalisierten Schluss. Zwischen dem Fall von einem und zwei markierten Hüten glauben sie, die Aufgabe mit Wahrscheinlichkeitsrechnung lösen zu können, denn „es gibt ja immer so nen Trick“. Diese Schlussregel bezeichne ich als Schluss aus der Erfahrung und füge sie der Auswahl konventionalisierter Schlussregeln hinzu.

Das Analyseinstrument hat sich in dieser Fallstudie als geeignet erwiesen, die Struktur und die Tiefe des Argumentationsprozesses sowie die Art der verwendeten Schlussregeln zu rekonstruieren. Der konventionalisierte Schluss war hier mathematisch nicht angemessen, die verwendeten Kausal- und Gegensatzschlüsse sowie die Argumentation durch ein induktives Beispiel dagegen schon. Das ständige Durchlaufen von Argumentationssträngen zur Prüfung ist ein erster Hinweis auf Zusammenhänge zwischen Erkenntnis- und Argumentationsprozess. Gleichwohl muss dieses Analyseinstrument erst noch in weiteren Situationen und vor allem über verschiedene Aufgaben hinweg erprobt werden. Vor allem die Art der Aufgabe war in dieser Fallstudie sehr speziell.

Literatur

- Knipping, C. (2003). *Beweisprozesse in der Unterrichtspraxis. Vergleichende Analysen von Mathematikunterricht in Deutschland und Frankreich*. Hildesheim: Franzbecker.
- Ottmers, C. (2007). *Rhetorik*. Stuttgart: Metzler.
- Schwarz B., Neuman, Y., Gil, J. & Ilya, M. (2003). Construction of collective and individual knowledge in argumentative activity. *The Journal of the Learning Sciences*, 12(2), 219 – 256.
- Toulmin, S. (1996). *Der Gebrauch von Argumenten*. Aus dem Englischen übersetzt von U. Berk. Weinheim: Beltz.