

Wolfram Eid, Magdeburg

## Niveaubestimmende Aufgaben – (nicht nur) ein Mittel zur Implementierung curricularer Vorgaben

Die Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss beschreiben die durch die Lernenden zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ende der zehnjährigen Schulzeit. Die Illustration der Vorgaben erfolgt vermittelt ausgewählter Aufgabenbeispiele und deren Kommentierung bez. ihrer Wirkung hinsichtlich des Kompetenzgefüges (vgl. Bildungsstandards für den mittleren Bildungsabschluss, S.35 ff.). Diesen Aufgaben gemein ist einerseits das Erfassen eines relativ breiten Kompetenzspektrums wie andererseits auch in jeder der Aufgabenbeispiele die drei Anforderungsbereiche (I: *Reproduzieren*, II: *Zusammenhänge herstellen* und III: *Verallgemeinern und reflektieren*) überstrichen werden.

Für den Unterricht vorhergehender Schuljahre kann der praktizierend Lehrende nicht auf eine solche Untersetzung zurückgreifen sondern orientiert sich für seinen Unterricht allein an curricularen Vorgaben in Form von Lehrplänen oder Rahmenrichtlinien. Diese geben in jedem Falle Auskunft über zu behandelnde Inhalte, häufig aber nur ansatzweise über die zu erreichende Tiefe oder Möglichkeiten der Differenzierung. Im Allgemeinen erfolgt die notwendige Interpretation durch verwendete Lehrbücher.

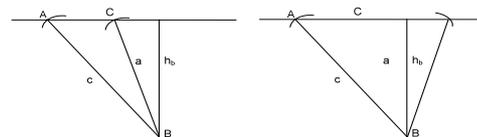
Insofern liegt der Gedanke nahe, auch hier eine vermittelt Schüleraufgaben zum Ausdruck gebrachte Niveaubeschreibung zu wagen. Dabei ist zu bedenken, dass einer Schüleraufgabe zu meist vielfältige Potenzen der Kompetenzentwicklung innewohnen, was nebenstehendes Beispiel verdeutlichen soll.

### Kompetenzanalyse einer Aufgabe

Von einem Dreieck  $ABC$  üblicher Bezeichnung sind folgende Stücke gegeben:

$$a = 4 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}, h_b = 3 \text{ cm}.$$

Zwei Vorschläge werden für die Konstruktion des Dreiecks durch die Abbildungen unterbreitet. Was meinst du dazu?



„Lesen“ der Abbildung – grafische Darstellungen interpretieren – D 2

Umgehen mit „Namen“  $a, h_b$  – verträglich symbolsprachliche Darstellungen verwenden – D 3

Verfahrensbeschreibung – nutzen informativer Figuren – P 2

Reflektieren über eine Lösungsidee nach Aufforderung – P 5

Nachvollziehen und Beurteilen mehrschrittiger Argumentationen – A 5

Verstehen und Überprüfen von Äußerungen anderer – D 5

Quelle: NBA 8 Sachsen-Anhalt

Niveau beschreibende Aufgaben sollten daher zwei Anforderungen gerecht werden:

1. Jede einzelne Aufgabe soll die Entwicklung **ausgewählter** allgemeiner mathematischer Kompetenzen akzentuiert bedienen.

Die aus den niveaubestimmenden Aufgaben abgeleiteten Aufgaben für den Unterricht sollten eine ausgeglichene Beförderung aller allgemeinen ma-

thematischen Kompetenzen bewirken. Daher sollten die niveaubestimmenden Aufgaben in ihrer Gesamtheit demzufolge so zusammengesetzt sein, dass sie das Erreichen dieses Zieles unterstützen.

2. Eine niveaubestimmende Aufgabe sollte im Allg. einen der drei Anforderungsbereiche präferieren.

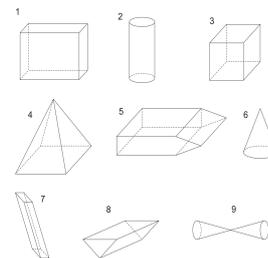
Die in den Bildungsstandards aufgeführten Beispiele als Beschreibung eines Schulausgangsniveaus inkludieren zu Recht breitere Spektren mathematischer Kompetenzen wie auch alle drei Anforderungsbereiche erfasst werden. Die Lernenden sollen kompetenzorientierte Aufgaben der beschriebenen Art mit hinreichender Sicherheit am Ende ihrer Schulzeit bewältigen können. Die Aufgaben führen dabei in vorhergehenden Schuljahren zu legende elementarere Grundlagen zusammen. Dementsprechend müssen niveaubestimmende Aufgaben für vorhergehende Schuljahre folgerichtig auch unterschiedliche Reifegrade der Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen zum Ausdruck bringen, indem sie auch elementare Anforderungen widerspiegeln. Die Differenzierung im Anforderungsniveau kann mit einer relativ engen Bindung der Aufgabe an einen der drei Anforderungsbereiche am ehesten nachvollziehbar zum Ausdruck gebracht werden.

*Beispiel:* Die Lernenden sollen u. a. auch zur Verwendung mathematischer Darstellungen befähigt werden. Für den Geometrieunterricht kann sich dieses in der als D1 beschriebenen Weise äußern. Graduierungen in enger Verbindung zu den drei Anforderungsbereichen sollen die gegebenen drei Beispiele offerieren.

#### Mathematische Darstellungen verwenden (I)

##### D 1

Die Lernenden können Verfahren zur Darstellung geometrischer Gebilde insbesondere des Raumes anwenden und umgekehrt aus derartigen Darstellungen eine Vorstellung von den räumlichen Objektengewinnen.



##### AFB I

Gib an, welche der dargestellten Körper Prismen sind.

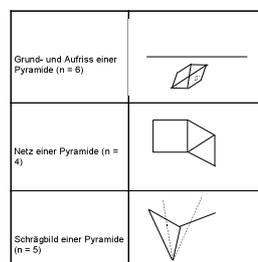
D 1

Quelle: NBA 8 Sachsen-Anhalt

#### Mathematische Darstellungen verwenden (II)

##### D 1

Die Lernenden können Verfahren zur Darstellung geometrischer Gebilde insbesondere des Raumes anwenden und umgekehrt aus derartigen Darstellungen eine Vorstellung von den räumlichen Objektengewinnen.



##### AFB II

Ergänze die Abbildungen, so dass es sich jeweils um die Darstellung einer nseitigen Pyramide handelt.

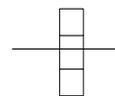
P 1 D 1

Quelle: NBA 8 Sachsen-Anhalt

#### Mathematische Darstellungen verwenden (III)

##### D 1

Die Lernenden können Verfahren zur Darstellung geometrischer Gebilde insbesondere des Raumes anwenden und umgekehrt aus derartigen Darstellungen eine Vorstellung von den räumlichen Objektengewinnen.



##### AFB III

- In der Abbildung siehst du Grund und Aufriss eines Körpers bei senkrechter Parallelprojektion.
- Stelle solche Körper als Schrägbild dar.

D 1

Quelle: NBA 8 Sachsen-Anhalt

Das Verwenden von Aufgabentripeln erweist sich zur Umsetzung der erklärten Absicht als zweckmäßig. Unter einem Aufgabentripel versteht man dabei drei Aufgaben zum gleichen Gegenstand, wobei die erste Aufgabe zum AFB I, die zweite Aufgabe zum AFB II und die dritte Aufgabe zum AFB III gehört.

Beispiel 1: Aufgabentripel zum Abstandsbegriff (*Leitidee Raum und Form*)

Aufgabe AFB<sub>I</sub>:

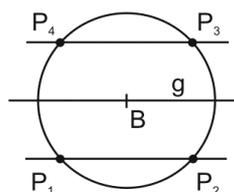
Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck  $ABC$  mit einer Seitenlänge von 3 cm. Welche Aussage über den Abstand des Punktes  $C$  von Seite  $c$  ist richtig? Begründe.

- (1) Der Abstand ist größer als 3 cm.
- (2) Der Abstand ist kleiner als 3 cm.
- (3) Der Abstand beträgt genau 3 cm.

Aufgabe AFB<sub>II</sub>: Auf einer Geraden  $g$  liege ein Punkt  $B$ . Es sind alle die Punkte gesucht, die vom Punkt  $B$  den Abstand 3 cm haben und 2 cm von der Geraden  $g$  entfernt liegen.

Die Abbildung zeigt eine Lösungs-idee zur Konstruktion dieser Punkte.

Konstruiere die gesuchten Punkte entsprechend den in der Aufgabe gegebenen Abständen.



(Abbildung nicht maßstabsgerecht)

Aufgabe AFB<sub>III</sub>:

Auf einer Geraden  $g$  liege ein Punkt  $B$ . Durch Konstruktion sollen alle die Punkte ermittelt werden, die von  $B$  den Abstand 3 cm haben und 2 cm von der Geraden  $g$  entfernt liegen.

Welche der folgenden Zeichnungen kann nicht die Lösung der Aufgabe sein? Begründe.

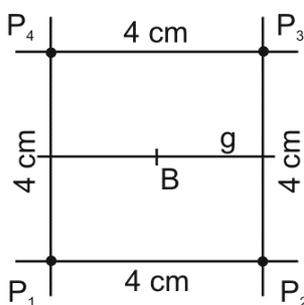


Abb. 1

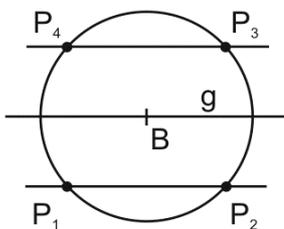


Abb. 2

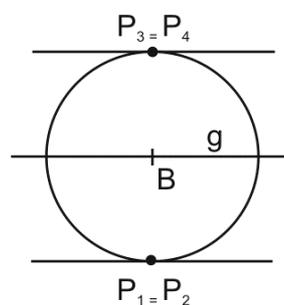


Abb. 3

(Abbildungen nicht maßstabsgerecht)

Beispiel 2: Aufgabentripel zur Teilbarkeit (*Leitidee Zahl*)

Aufgabe AFB<sub>I</sub>: Gib alle Teiler der Zahl 42 an und unterstreiche die Primzahlen.

Aufgabe AFB<sub>II</sub>: *Bilde unter einmaliger Verwendung jeder der Ziffern 1, 0, 5, 8, 2 und 7 alle durch fünf teilbaren Zahlen zwischen 100 000 und 110 000.*

Aufgabe AFB<sub>III</sub>: *Verändere in der Zahl 105827 jeweils eine Ziffer so, dass keine Ziffer doppelt vorkommt und eine durch 9 teilbare Zahl entsteht. Wie viele Möglichkeiten gibt es?*

Ausführungen in Lehrplänen und Rahmenrichtlinien unterliegen in einem nicht unerheblichen Maße der Interpretation der Lehrenden. Änderungen in diesen Dokumenten können nicht selten zu überzogenen und unerwarteten Interpretationen führen. Der Entwurfslehrplan für den Mathematikunterricht an Sekundarschulen Sachsen-Anhalts führt für den Unterricht in Klasse 6 als grundlegenden Wissensbestand die Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5 und 10 aus. Das ist eine im Zuge der Konzentration durch Verzicht auf bisher im Unterricht behandelte weitere Teilbarkeitsregeln bewusste Reduzierung reproduzierbaren Wissens, die schnell zu Fehlinterpretationen insofern Anlass gibt, als weiterführende Teilbarkeitsuntersuchungen gänzlich dem Unterricht vorenthalten werden. Sehr wohl vermitteln die Ausführungen des Lehrplans eine Konzentration auf reproduzierbares und eben auch abprüfbares Wissen und Können. Es würde jedoch zu einer Verarmung des Unterrichts führen, würde dieser darauf beschränkt bleiben. Diese Intention kann durch ein geeignetes Aufgabentripel vermittelt werden:

Aufgabe AFB<sub>I</sub>: *Ermittle jeweils die Teilmenge der Zahlen 8, 16 und 66.*

Aufgabe AFB<sub>II</sub>: *Prüfe 24, 42 und 88 auf die Teilbarkeit durch 2, 3 und 6. Wie könnte eine Regel für die Teilbarkeit durch 6 lauten?*

Aufgabe AFB<sub>III</sub>: *Ordne die Ziffern 1, 2, usw. bis 9 so zu einer natürlichen Zahl an, dass jede der Ziffern genau einmal vorkommt*

*und die beiden ersten Ziffern aus der gebildeten Zahl eine durch zwei teilbare Zahl bilden, die ersten drei Ziffern eine durch drei teilbare Zahl usw.*

Der erste der genannten Aufträge zielt auf die unmittelbare und isolierte Anwendung der im Lehrplan als grundlegendes Können ausgewiesenen Teilbarkeitsregeln ab. Der zweite Auftrag deutet an, wie die Elementarforderung des ersten Auftrages in weiterführende Betrachtungen eingewoben werden kann. Eine tiefgehendere Ausprägung der vom Lehrplan geforderten Kompetenzen erfolgt hier durch Anwenden. Im dritten Auftrag spielen zusätzlich heuristische Elemente (z. B. geschickter Zugang) eine Rolle.

## **Literatur**

*Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss*, KMK 2003

*Lehrplan Sekundarschule (Erprobungsfassung)*; Kultusministerium Sachsen-Anhalt, 2009

*Niveaubestimmende Aufgaben für den Mathematikunterricht Schuljahrgang 8*; Landesinstitut für Lehrerfortbildung Sachsen-Anhalt 2005