

Martin HENNECKE, Hildesheim

Bruchrechnung: Rechenwege von Mädchen und Jungen im Vergleich

1. Einführung

Die Studie zur Entwicklung von Rechenanwendungen in der Bruchrechnung (ERaB) folgt der Leitfrage, welche Rechenwege Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Kalkülaufgaben in der Bruchrechnung notieren. Zu diesem Zwecke wurden die Notationen von rund 7.400 Schülerinnen und Schülern zu 20 Bruchrechenaufgaben vollständig erfasst (vgl. Hennecke 2007a und i.V.) und in Form von Rechengraphen visualisiert (vgl. Hennecke 2007b, 2008). Die ERaB-Studie ist als Pseudo-Längsschnitt-Studie angelegt und erfasst unter anderem die Schuljahre 6 bis 12 der Gymnasien bzw. 6 bis 10 der Realschulen und der Hauptschulen. Die Testerhebung fand gegen Ende des jeweiligen Schuljahrs statt.

Das repräsentativ gewichtete Gesamtergebnis der ERaB-Studie fällt leicht zugunsten der Mädchen aus. Dies Ergebnis begründet sich vor allem aufgrund der signifikant besseren Leistungen der Mädchen in den Schuljahrgängen 6 bis 8. Nach Schulformen und Schuljahrgängen differenziert ist lediglich im 12. Schuljahrgang des Gymnasiums ein signifikanter Unterschied zugunsten der Jungen nachweisbar (U-Tests, 2-seitig).

Im Vergleich aufeinanderfolgender Schuljahrgänge ist insbesondere der „Leistungsschub“ im 9. Schuljahr in

allen Schulformen bei beiden Geschlechtern signifikant. Das schlechte Abschneiden im 8. Schuljahr der Hauptschule erklärt sich vorrangig durch eine geringe Bearbeitungsquote. Das bessere Abschneiden der Mädchen widerspricht nicht den besseren Ergebnissen der Jungen in den bekannten Schulleistungsstudien. Bei den kalkülorientierten Aufgaben der ERaB-Studie handelt es sich um vergleichsweise einfache mathematische Operationen, bei denen auch TIMSS und andere Studien nur kleine oder keine Leistungsunterschiede aufweisen (vgl. Baumert, Bos et al. 2000).

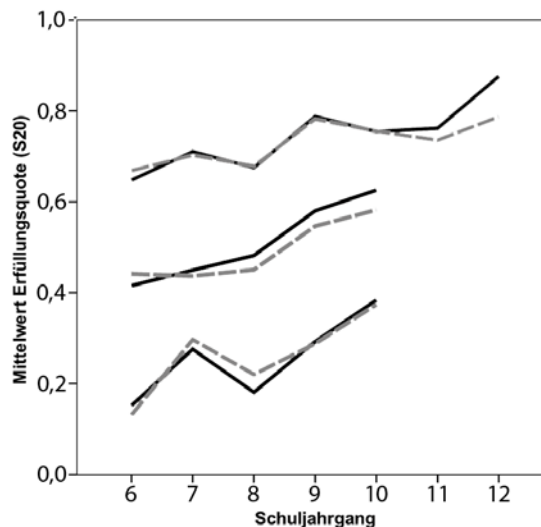


Abb. 1: Anteil richtiger Aufgabenbearbeitungen an den gestellten Kalkülaufgaben nach Geschlecht, Schulformen und Schuljahrgängen (Gymnasium oben, Realschule in der Mitte, Hauptschule unten, Mädchen gestrichelt).

2. Länge der notierten Rechenwege

Die Länge der notierten Rechenwege ist ein interessanter Indikator für unterschiedliches Verhalten von Teilpopulationen. Während die Mädchen im Durchschnitt 2,36 Arbeitsschritte (SD 0,65) notierten, sind die Notationen ihrer männlichen Mitschüler signifikant kürzer (2,09 Arbeitsschritte, SD 0,69, $d \approx -0,4$). Umgerechnet auf die Testlänge von 20 Aufgaben notierten die Mädchen somit gut 5 Zwischenschritte mehr. Eine nach Schulformen und Schuljahrgänge differenzierte Analyse zeigt im Gymnasium einen Trend zugunsten immer kürzerer Rechenwege mit höherem Schuljahrgang. Insbesondere der Wechsel zum 9. Schuljahr geht hier bei beiden Geschlechtern mit signifikant kürzeren Notationen einher. Anders in der Realschule: Auch hier ist die Länge der notierten Rechenwege bis Schuljahrgang 8 rückläufig. Insbesondere bei den Mädchen steigt dann jedoch im 9. Schuljahr die Anzahl der notierten Zwischenschritte signifikant an. Interessanterweise geht der Leistungsschub in Schuljahr 9 im Gymnasium also mit signifikant kürzeren und in der Realschule mit längeren Notationen einher.

3. Was notieren Mädchen mehr?

Abb. 2 zeigt einen vereinfachten Rechengraphen der Aufgabe $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ für die Schülerinnen des 10. Schuljahrs des Gymnasiums. Die Abbildung zeigt, wie von den 130 Schülerinnen 67 % im ersten Zwischenschritt $\frac{7}{8} - \frac{6}{8}$ notierten und erst in einem zweiten Schritt die Lösung $\frac{1}{8}$ (65 % der Antwortenden). Die direkte Notation der Lösung hingegen ist mit 17 % der Antwortenden eher selten. Die teilnehmenden Jungen hingegen zeigen bei gleicher Lösungsquote andere Notationen. Hier entfallen 52 % der Antworten auf die direkte Notation der Lösung und 35 % auf den bei den Mädchen ausgeprägten Standardweg.

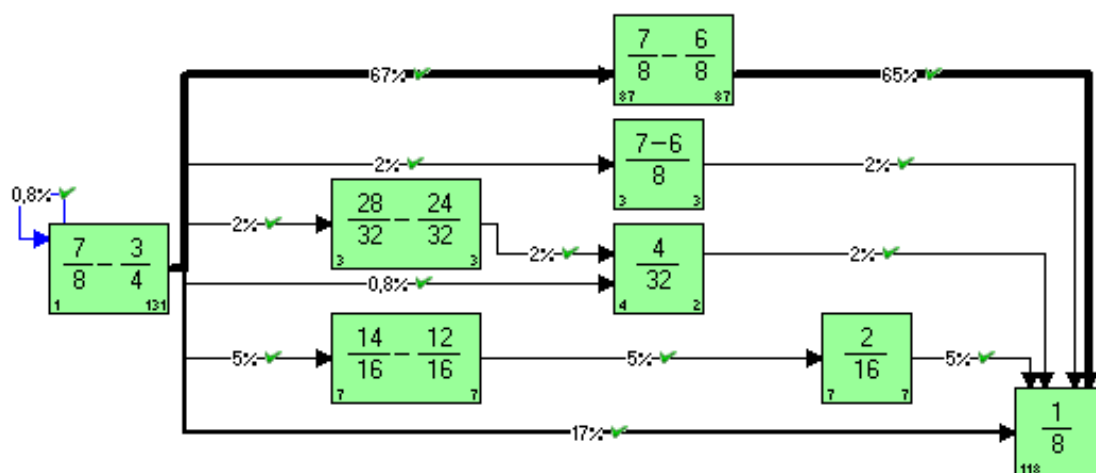


Abb. 2: Vereinfachter Rechengraph der Aufgabe $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ (Gymnasium, 10. Schuljahr, Mädchen, $n = 130$)

Vergleichbare Verhaltensmuster finden sich bei anderen Additions- und Subtraktionsaufgaben, z. B. den gut vergleichbaren Aufgaben $\frac{7}{9} + \frac{2}{9}$, $\frac{3}{4} + \frac{9}{12}$, $\frac{3}{8} + \frac{1}{5}$ und $\frac{6}{7} - \frac{2}{5}$. Auch wenn bei schwierigeren Aufgaben mehr Zwischenschritte notiert werden als bei leichteren, so ist zusammenfassend für diese Aufgaben festzuhalten, dass ca. dreimal so viele Jungen direkt die Lösung notierten als Mädchen. Insbesondere neigen Mädchen eher zur Notation von einleitenden Zwischenschritten als Jungen.

4. Was notieren die Realschülerinnen im 9. Schuljahr mehr?

Gegen den Trend kürzerer Notationen sind vor allem die von den Realschülerinnen des 9. Schuljahrgangs notierten Arbeitswege signifikant länger als die ihrer Mitschülerinnen des 8. Schuljahrgangs (vgl. Abs. 2). Zur Analyse der Unterschiede der beiden Jahrgänge eignen sich vor allem die Aufgaben, bei denen selbst nur geringe Leistungsunterschiede aufgetreten sind. Der in Abb. 2 gezeigte Rechengraph des 9. Schuljahrgangs gehört zu einer derartigen Aufgabe. Im Vergleich mit dem Rechengraphen des 8. Schuljahrgangs ist erkennbar, dass im 9. Schuljahrgang erheblich mehr Schülerinnen (55 % statt 36 %) einen der konventionellen Wege über $\frac{4}{7} + \frac{14}{7}$ oder sogar $\frac{4}{7} + \frac{2}{1}$ wählen. Parallel dazu verliert die „clevere“ Alternative durch reines Umschreiben der Aufgabenstellung zu $2\frac{4}{7}$ an Bedeutung (14 % statt 32 %). Ein ähnlicher Rückzug auf Standardwege ist auch bei vielen anderen Aufgaben erkennbar.

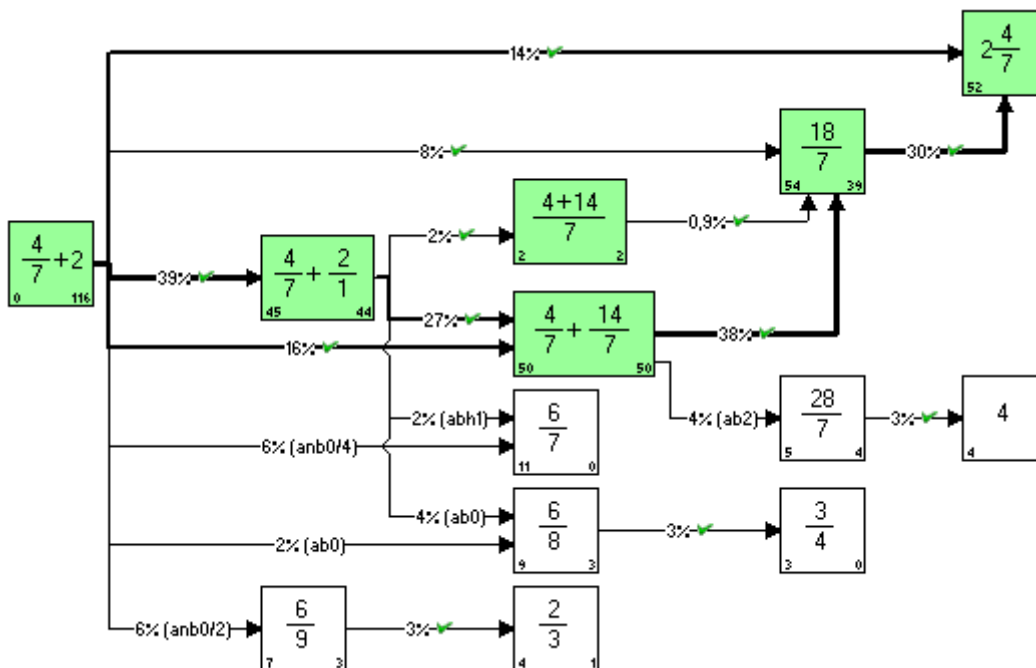


Abb. 2: Vereinfachter Rechengraph der Aufgabe $\frac{4}{7} + 2$ (Realschule, 9. Schuljahr, Mädchen, n = 116)

Es handelt sich jedoch nicht um ein Phänomen, das nur typisch für Real-schülerinnen ist. Auch bei Jungen und im Gymnasium findet sich bei vielen Aufgaben mit cleveren Alternativen eine zunehmende Verwendung der Standardverfahren. Diese werden dann jedoch kürzer notiert.

5. Zusammenfassung und Ausblick

In der ERaB-Studie konnten zumindest in den Schuljahrgängen 6 bis 8 bessere Leistungen bei den Mädchen nachgewiesen werden. Dieser scheinbare Widerspruch zu anderen Ergebnissen erklärt sich vermutlich durch die kalkülorientierte Aufgabenauswahl. Mit Blick auf die sich durch PISA verändernde Aufgabenkultur sind wir also sicherlich gut beraten, ein besonderes Augenmerk auf die Zugänglichkeit dieser Aufgaben für Mädchen zu haben.

Die Unterschiede zwischen den von Mädchen und Jungen notierten Rechenwegen sind erheblich größer als die meist im Vordergrund stehenden Leistungsunterschiede. Dies betrifft insbesondere die einleitenden Zwischenschritte bei Addition und Subtraktion. Bedingt durch das Studiendesign bleibt jedoch offen, ob es sich hier um einen Ausdruck der von PISA postulierten besseren Potentialausschöpfung (vgl. Zimmer, Burda et al. 2004), der häufig publizierten besseren Kopfrechenfähigkeiten oder um „Faulheit“ der Jungen handelt.

Insbesondere im Kontext natürlicher oder gemischter Zahlen werden mit höherem Schuljahrgang clevere Rechenwege immer weniger angenommen. Diese Orientierung zu den Standardwegen ist bei Mädchen in der Regel stärker ausgeprägt als bei Jungen. Sofern wir einen „Zahlenblick“ für wichtig halten, brauchen wir nachhaltigere Trainingsmethoden. Ohne weitere Unterstützung erreicht allein die Algebra dieses Ziel nicht ausreichend.

Literatur

- Baumert, J., W. Bos et al. (2000): *TIMSS/III-Deutschland – Der Abschlussbericht*.
- Hennecke, M. (2007a): Fehlerdiagnostische Auswertung empirischer Studien in der Bruchrechnung. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007*.
- Hennecke, M. (2007b): Rechengraphen – Eine Darstellungsform für Rechenwege von Schülergruppen. *mathematica didactica* (1): 68-96.
- Hennecke, M. (2008): Ein Blick hinter die Kulissen: Wie Schülerinnen und Schüler rechnen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008*.
- Hennecke, M. (i.V.): *Computergestützte Rechenwegdiagnostik in mathematischen Lern-, Lehr- und Forschungsszenarien*. Universität Hildesheim, Habilitationsschrift in Vorbereitung.
- Zimmer, K., D. Burda und J. Rost (2004). Kompetenzen von Jungen und Mädchen. In Prenzel et al.: *PISA 2003: Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland*, Münster: Maxmann: 211-223.