

ALENA HOŠPESOVÁ, JANA KOUŘILOVÁ, YVONA MAZEHOVÁ,
České Budějovice

Mosaiken als substanzielle Lernumgebungen

1. Einleitung

Der Geometrieunterricht auf der Primarstufe der Grundschule ist in Tschechien ein relativ junger Bestandteil des Curriculums. Ende der achtziger Jahre stützte er sich in den damaligen tschechoslowakischen Lehrplänen auf ein modifiziertes axiomatisches Modell der euklidischen Geometrie. Dies war zweifelsohne nicht dem Alter der Schüler angemessen. Die logische Konstruktion der Geometrie fordert von den Schülern die Fähigkeit, auf einer formellen, deduktiven Ebene zu denken. Dazu sind sie am Anfang ihrer Grundschulbildung für gewöhnlich nicht im Stande, zudem mangelt es ihnen an den notwendigen geometrischen Vorkenntnissen (van Hiele, 1999). Diese Situation führte zu (a) einer Diskrepanz zwischen dem Denkniveau der Schüler und dem Niveau, das die zu erlernende Geometrie von ihnen forderte; (b) einem Desinteresse der Kinder an der Geometrie, das auch während der weiterführenden Schulbildung andauerte.

Die Lehrbuchreihen, die nach 1989 entstanden, basieren zwar stärker auf den natürlichen Erfahrungen der Schüler; halten sich jedoch meistens an die Reihenfolge der Begriffe nach dem Diktat des axiomatischen Systems. Auf einem sehr einfachen Niveau werden Begriffe wie „Gerade“, „Halbgerade“, „Dreieck“ und andere gehandhabt. Ihr praktischer Nutzen ist für die Kinder jedoch gering und sie können ihren Sinn nicht erschließen. Aus Gesprächen mit Lehrern geht hervor, dass sie sich mit Geometrie keinen Rat wissen und dass dieses Thema eines der ersten ist, das sie bei Zeitmangel auslassen.

2. Das Projekt NaDiMa, substanzielle Lernumgebungen und natürliche Differenzierung

Seit 2008 nehmen wir im Rahmen des Programms Comenius zusammen mit unseren Kollegen aus Polen, Deutschland und den Niederlanden am Projekt „Motivation durch natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht“ (NaDiMa) teil. Ziel des Projektes ist die methodische Erarbeitung mehrerer Lernumgebungen, die eine natürliche Differenzierung der Schüler unterstützen sollen und die in der Schulpraxis erprobt werden.

Unter Lernumgebungen verstehen wir im Einklang mit Wittmann (2001, 194) *substanzielle Lernumgebungen*. In unserem Verständnis der *natürli-*

chen Differenzierung gehen wir vom folgenden Ansatz aus: alle Schüler in der Klasse bekommen dieselbe Aufgabenstellung, die so konzipiert ist, dass sie jeder Schüler individuell mit Hilfe seiner aktuellen Fähigkeiten lösen kann. Die Lösungswege, Mittel und Hilfsmittel, die Art und Weise der Aufzeichnung sowie die Aufgabe, mit der er sich befassen wird, stehen dem Schüler frei (vgl. Krauthausen & Scherer, 2010).

Das Team aus České Budějovice beschloss eine geometrische Lernumgebung auszuarbeiten, die den Namen *Mosaiken* bekam. Als Lehrmittel machten wir von dem Mosaik geometrischer Formen und vom Legespiel Tangram Gebrauch.

3. Die Unterrichtserprobung

Die Unterrichtserprobung umfasste elf aufeinander folgende Geometriestunden in einer 2. Klasse Grundschule. Da in der Klasse ungefähr einmal pro Woche eine Stunde Geometrie unterrichtet wurde, erstreckte sich die Unterrichtserprobung über drei Monate. Vor der Unterrichtserprobung und auch danach wurden alle Kinder von zwei Psychologinnen getestet, um feststellen zu können, ob sich die besondere Unterrichtsgestaltung auf die Motivation der Kinder für die Mathematik ausgewirkt hat. Die Tests beurteilten ferner die kognitiven Fähigkeiten, die Wahrnehmung sowie der Persönlichkeit der Kinder.

Der Unterricht wurde von einer der Verfasserinnen dieses Beitrags zusammen mit der Lehrerin vorbereitet. Dabei wurde über das Unterrichtsziel in Bezug auf die Curriculumsdokumente sowie über den Zusammenhang mit wichtigen geometrischen Begriffen diskutiert. Vom Ergebnis der Diskussion ausgehend wurden die Aufgaben formuliert und bis auf eventuelle Fragen für die abschließende Diskussion mit den Schülern heruntergebrochen. Der Unterricht wurde von einer der Verfasserinnen erteilt. Die Stunde wurde auf Video aufgezeichnet und alle Arbeiten der Schüler wurden eingesammelt. Nach einer gemeinsamen Analyse wurde von uns die nächste Unterrichtsstunde vorbereitet.

Im Rahmen der Unterrichtserprobung lösten die Kinder nach und nach verschiedene Aufgaben, bei denen sie Formen des Mosaiks oder des Tangrams zusammenlegten, z.B.: (a) bilde Formen anhand der Vorlage, (b) bilde Formen aus 2, 3, 4 Formen des Mosaiks und benenne sie; (c) Bilde Formen aus 2, 3, 4 Quadraten/Dreiecken des Mosaiks.

Unsere Vorgehensweise soll nun anhand der Lösung der Aufgaben mit einem „Quadrat, das in zwei Teile aufgeteilt ist“ illustriert werden.

Die Kinder bekamen ein quadratisches Stück Papier, das in zwei Teile zerschnitten war (siehe Abb.1). Die Aufgabenstellung lautete: *Lege aus den zwei Mosaikteilen Formen zusammen, indem du gleich lange Seiten miteinander verbindest. Wenn du weißt, wie die Formen heißen, schreibe die Namen der Formen dazu. Zeichne/ziehe die gefundenen Formen auf Papier nach oder zeichne sie in ein Punktraster ein.*

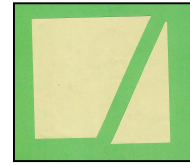


Abb.1

Wie haben die Kinder die Aufgabe gelöst? Ziel der Aufgabe war die Vertiefung der Vorstellungen über Polygone. Unsere Annahme, dass die Schüler eine unterschiedliche Anzahl von Formen finden werden, bestätigte sich: Nur ein einziger Schüler kam auf alle 8 Formen. Beim Lösen der Aufgabe verglichen die Kinder identische Seiten, drehten die Formen, entschieden, ob sie etwa nicht schon mit jenen Formen übereinstimmen, die sie bereits zusammengelegt haben.

Die Differenzierung wurde auch dadurch ermöglicht, dass die Kinder selbst entscheiden durften, ob sie die Ergebnisse auf Papier nachzeichnen/nachziehen oder ob sie die Form in ein Punktraster übertragen. Die Zeichnungen der Kinder waren natürlich nicht genau. Voraussetzung für die richtige Einzeichnung in das Punktraster war die Anwendung der geometrischen Ähnlichkeit. Manche Kinder hatten damit bei einigen Formen Probleme. Auf der Videoaufzeichnung haben wir einige Momente gefunden, in denen sie das mit ihren Worten kommentieren: „Ich soll ein Quadrat zeichnen, aber so ein schiefes“. „Das ist ein langes Dreieck. Ich muss es kleiner machen, damit es da hineinpasst“.

An diese Aufgabe knüpfte eine weitere an. Die Kinder bekamen ein quadratisches Stück Papier und folgende Aufgabenstellung: *Zerschneide das Quadrat mit einem geraden Schnitt in zwei beliebige Teile (die Lehrerin ergänzte die Vorgabe, indem sie es vormachte). Bilde aus diesen Teilen Formen. Versuche das Quadrat so zu zerschneiden, dass daraus so viele Formen wie möglich entstehen.* In der anschließenden Diskussion wollten wir zu dem Schluss kommen, dass die Anzahl der möglichen Lösungen der Aufgabe davon abhängig ist, wie viele Paare identischer Seiten die entstandenen Formen haben.

Die Lösungen der Schüler zeigen, dass es für sie schwierig war, die Aufgabenstellung überhaupt zu begreifen. Sie zerschnitten das Quadrat anders als vorgegeben wurde bzw. verbanden die Formen falsch. Am besten setzte sich mit dem Problem ein Schüler der seine Lösungen auf Abb. 2 aufzeichnete.

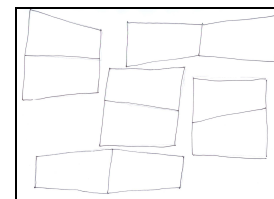


Abb. 2

Die Ergebnisse der psychologischen Untersuchung zeigten, dass nach der Unterrichtserprobung bei den Kindern auf der verbalen Ebene eine eindeutige Motivationssteigerung im Bereich Mathematik zu erkennen ist. Im kognitiven Bereich kam es im Vergleich mit den ursprünglichen Leistungen zu einer durchschnittlichen Verbesserung um 23,4 %. Diese Leistung überragt deutlich die Fortschritte, die im Laufe von drei Monaten üblich sind.

4. Diskussion

Wir müssen vor allem Antwort darauf geben, ob wir *Mosaiken* für eine substanzielle Lernumgebung halten können. Unserer Meinung nach erfüllen *Mosaiken* alle von Wittmann geforderten Charakteristiken. Für die Lehrer kann es aber schwierig sein, sich ihrer bewusst zu werden. Vor allem das Formulieren von Fragen, die den Kindern dabei helfen würden, ihre intuitive Tätigkeit zu verbalisieren, in deren Hintergrund sich kompliziertere geometrische Begriffe befinden (z.B. Kongruenz), stellt hohe Ansprüche an die Geometriekenntnisse des Lehrers.

Als im zweiten Schuljahr schwer erfüllbar erwies sich die Forderung nach einer natürlichen Differenzierung der Klasse, die ja eine der Projektaufgaben ist. Wir haben den Kindern ermöglicht, die Lösung der Aufgaben auf unterschiedliche Art und Weise aufzuzeichnen. Dabei stellte sich heraus, dass die Kinder die Aufzeichnung der Ergebnisse durch Zeichnen erst ausprobieren müssen. Einige Ergebnisse waren dennoch überraschend gut. Erst in den letzten Unterrichtsstunden hatten wir den Eindruck, dass die Schüler im Stande waren eine gezieltere Auswahl der Aufzeichnungsmethode zu treffen.

Literatur

Krauthausen, G., Scherer, P. (2010). Umgang mit Heterogenität. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule. *Handreichung des Programms SINUS an Grundschulen*. Kiel: IPN-Materialien.

Van Hiele, P.M. (1999). Developing Geometric Thinking through Activities that Begin with Play. *Teaching Children Mathematics*, 310-316.

Wittmann, E. Ch. (2001). Mathematics in Designing Substantial Learning Environments. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *PME 25. Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1)*. Utrecht: Freudenthal Institute, pp. 193-197.

Anmerkung: Die Untersuchung wurde im Rahmen des Programms Comenius mit Mitteln des Projektes Nr.142453-LLP-1-2008-1-PL-COMENIUS-CMP gefördert.