

Anna-Marietha HÜMMER, Frankfurt am Main

## **Mathematische Denkentwicklung und ihre Supports**

Der vorliegende Beitrag ordnet sich ein in eine Longitudinalstudie zur mathematischen Denkentwicklung im Vorschul- und Grundschulalter am Center for Research on Individual Development and Adaptive Education of Children at Risk (IDeA). Grundlage ist eine sozial-konstruktivistische Sicht auf Lernen und kognitive Entwicklung von Kindern, welche die Unterstützung (Support) in der Interaktion mit Kindern als konstitutives Element ihrer Entwicklungen sieht. Als zentrale Begriffe dieser Entwicklungstheorie werden der der „Zone der nächsten Entwicklung“ im Sinne Vygotskys und der des „Formats“ nach Bruner aufgegriffen. Anhand empirischer Befunde werden hierfür erste theoretische Präzisierungen und Perspektiven zur theoretischen Weiterentwicklung aufgezeigt.

### **1. Mathematische Denkentwicklung im Kindergartenalter**

Ein Ansatz zur Beschreibung und Erforschung mathematischer Denkentwicklung ist es singular spezifische Inhaltsbereiche wie z.B. den der Arithmetik zu fokussieren. Dabei werden isolierte Bereiche mit vermeintlich besonderer Anfälligkeit für Dispositionen in der Entwicklung primärer mathematischer Fähigkeiten und Kompetenzen herausgegriffen und singular auf einer Inhaltsebene betrachtet und durch kognitive Dispositionen innerpsychisch begründet. In Hinsicht auf die mathematische Denkentwicklung besonders im Kindergartenalter ist jedoch eine Gesamtschau mathematischer Denkentwicklung über alle mathematischen Inhaltsbereiche hinweg von besonderem Interesse. Hierdurch werden die vielfältigen inhaltlichen Verknüpfungen zwischen mathematischen Inhaltsbereichen, die eventuell einen entscheidenden Beitrag zur mathematischen Denkentwicklung leisten, differenzierter betrachtet. Fokussiert werden soll hierbei unter anderem, welche der vielfältigen Verknüpfungen Kinder im Kleinkind- und Vorschulalter innerhalb von Interaktionen aufgreifen und sich für die Konstruktion ihres mathematischen Wissens zu nutze machen. Im Gegensatz zu einer psychologischen Sicht, welche die "ursächlichen Mechanismen" (Oevermann u.a. 1976, S.371) für das Lernen in das sich bildende Subjekt hinein verlegt, soll hier eine soziologisch-interaktionistische Perspektive auf Lernen und Denkentwicklung eingenommen werden. Die Unterstützung innerhalb von Interaktionen wird dabei als konstitutives Element mathematischer Entwicklung gesehen. Interaktionen mit unterstützendem bzw. lernförderlichem Charakter sollen im Folgenden Supports genannt werden.

## 2. Support-Systeme und das Format

Bruner (1987) entwickelt parallel zu Vygotsky (1978) einen Theorieansatz, in dem Lernen nicht mehr allein innerpsychisch verortet wird. Vielmehr konstituiert sich Lernen nach Bruner (1987) situationsabhängig und weist somit eine externale Komponente auf. Bruners Arbeiten beziehen sich hierzu auf der empirischen Ebene vorwiegend auf den Erwerb der Muttersprache. Er postuliert eine Dualität zwischen Spracherwerb und sozialer Funktion (vgl. Bruner 1987, S.88). Er konzeptualisiert Lernen und Erwerb als Prozesse, die durch ein sogenanntes Support-System ermöglicht werden, welches von einem in der Sache kompetenteren Gegenüber moderiert wird. Hinsichtlich des Mutterspracherwerbs, den Bruner untersucht, sieht er dieses „Language Acquisition Support System“ (LASS) (ebd., S.32) als notwendig für die Aktivierung angeborener Spracherwerbsfähigkeit. Auf empirischer Ebene rekonstruiert Bruner „Formate“ (ebd., S.33), denen er eine derartige supportive Funktion zuschreibt. Nach Bruner ist ein Format „ein standardisiertes Interaktionsmuster zwischen einem Erwachsenen und einem Kleinkind, welches als ursprünglicher Mikrokosmos feste Rollen enthält, die mit der Zeit vertauschbar werden“ (ebd., S. 103). Zunehmende Autonomie innerhalb der Formate wird unter Bruners Perspektive als Indikator eines Lernfortschrittes gesehen. Lernen beginnt, wenn Erwachsener und Kind „einen vorhersagbaren *Interaktionsrahmen* schaffen, welcher als Mikrokosmos für die Kommunikation und die Definition einer gemeinsamen Realität dienen kann“ (ebd., S.14). In diesem Interaktionsrahmen finden „Prozesse des Deutens und Verhandeln“ (ebd., S.17) statt.

## 3. Rahmung

Im Rahmen dieser Bedeutungsaushandlung in Interaktionen werden die unterschiedlichen individuellen Situationsdefinitionen der an einer Situation Beteiligten bedeutsam. Mit Blick auf diese individuellen Deutungsprozesse und -leistungen im interaktiven Aushandlungsprozess soll hier auf den Begriff der Rahmung von Goffman (1980) zurückgegriffen werden. Er versteht darunter die unbewusste Nutzung von durch Sozialisation erworbener Erfahrungsschemata, die es einer Person ermöglichen eine für sie selbst sinnvolle Deutung von Situationen bzw. Interaktionen vorzunehmen. Im Abgleich von Rahmungsunterschieden im Zuge einer interaktiven Bedeutungsaushandlung können sich für die Beteiligten zunächst situativ neue Einsichten eröffnen, die unter bestimmten Umständen zu einer Weiterentwicklung der Deutungsmöglichkeiten führen. Führt dies bei einem Beteiligten zu neuen stabilen Deutungsweisen, so sprechen wir von der Konstruktion einer neuen Rahmung, d.h. von neuem Wissen. Der Prozess einer Bedeutungsaushandlung kann also lernförderliche Momente enthalten. Inter-

essant dabei ist die Konstruktion solcher Rahmungen in Bezug auf die mathematische Denkentwicklung von Kindern innerhalb von Interaktionen mit supportivem Charakter. Im Mittelpunkt der Identifizierung und Rekonstruktion derartiger sozialer, interaktionaler Unterstützungssysteme steht die Frage, in welcher Weise Supports eine Umstrukturierung von Rahmungen ermöglichen und beeinflussen und so zu einer Umstrukturierung oder Weiterentwicklung von mathematischen Denkweisen bei den Kindern beitragen.

#### **4. Semantische und inhaltliche Komplexität mathematischer Supports**

Krummheuer (1989) konzeptualisiert einen ersten Ansatz zur Beschreibung der Struktur solcher Supports im Rahmen seiner interaktionistisch-argumentationstheoretischen Theorien. Er beschreibt, dass es während mathematischer Interaktionen zu sogenannten Veranschaulichungssituationen kommen kann. Diese können gleichsam als Begründungssituationen gesehen werden, in denen die Interakteure Lösungswege oder Beweise sowohl ikonisch-graphisch oder auch enaktiv, z.B. durch Inskriptionen, veranschaulichen. In diesen Begründungssituationen können, wie dies Krummheuer darstellt, ggf. „Argumentationsformate“ (ebd., S.242) emergieren, welche als Struktur für sozial haltbare Argumentationen dienen. Durch dieses Format wird es dem einzelnen Schüler mit wachsender Autonomie möglich, eigene Argumentation gemäß einer gegebenen Beweislogik zu entwerfen. Jedoch muss die interaktionistisch-argumentationstheoretische Sichtweise von Krummheuer auf das Veranschaulichen als ein Argumentationsformat mit Blick auf eine alle Inhaltsbereiche umfassende mathematische Denkentwicklung von Kindern stärker durch eine inhaltlich-mathematische Sichtweise ergänzt bzw. modifiziert werden. Wie aus den empirischen Daten der Studie erStMaL (**early Steps in Mathematics Learning**) zur mathematischen Denkentwicklung bei Kindern im Kindergartenalter im Rahmen des IDeA-Forschungszentrums hervorgeht, greifen Kinder z.B. in einer arithmetisch konzipierten Spielsituation nicht ausschließlich auf eine arithmetische Begründungslogik zurück, sondern variieren individuell in der Konzeption ihrer Lösungsstrategien zwischen verschiedenen mathematischen Bereichen. So ist zu beobachten, dass Kinder in einer Situation, welche das „gerechte“ oder gleiche Verteilen von acht Nüssen auf zwei Fingerpuppen als ein fundamentales Prinzip der Division thematisiert, auf geometrische Anordnungen zurückgreifen. Initiiert werden diese geometrischen Anordnungen in der Situation zunächst durch die Erwachsene, die vier von den Kindern in eine Reihe gelegte Nüsse über einen topologisch erfassbaren Begriff von „räumlicher Zugehörigkeit“ in Paaren jeweils einer Fingerpuppe zuordnet. Diese geometrische Anordnung wird von ei-

nem der Kinder aufgegriffen und im Folgenden scheinbar zur Verifizierung des Verteilprozesses durch einen Abgleich der Mächtigkeit über die Kongruenz der geometrischen Figuren genutzt, indem er weitere Nüsse so anordnet, dass sie die Eckpunkte ebener geometrischer Figuren (Dreieck, Quadrat) bilden. Mit den Nüssen im Beispiel wird demnach weniger eine Veranschaulichung als vielmehr eine alternative, geometrische Rahmung supportiert. Man kann demnach von einer geometrischen Formatierung der Situation bzw. des Supports sprechen.

Hierbei wird deutlich, dass anders als im Spracherwerb, der die Grundlage für Bruners Ansatz bildet, Mathematik eine spezifische semantische bzw. inhaltliche Komplexität aufweist. Für die Beschreibung mathematischer Formate ergibt sich für eine mathematikdidaktische Forschung daher die Notwendigkeit, die Thematisierungen von verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen und ihr flexibles Aufeinander-Bezugnehmen aufzugreifen. Der Begriff des „Formats“ sowie in zweiter Instanz der Begriff der „Zone der nächsten Entwicklung“ von Vygotsky (1978), den Bruner in späteren Arbeiten durch das sogenannte „Scaffolding“ (Bruner 1986, S.70ff) als eng mit Interaktionsformaten verknüpft ansieht, als Strukturierungsmuster mathematischer Lern- und Erwerbsprozesse benötigen eine theoretische Weiterentwicklung in Hinblick auf Besonderheiten mathematischer Interaktionsprozesse. Diese Weiterentwicklung soll anhand weiterer empirischer Befunde vorgenommen werden. Durch eine Schnittstellenbetrachtung zwischen dem Support-System mathematischer Lern- und Erwerbsprozesse und mathematischem Lern- und Erwerbsprozess selbst sollen so Rückschlüsse auf kognitive mathematische Umstrukturierungsprozesse der Rahmungen von Kindern gezogen werden.

## Literatur

- Bruner, J.S. (1986). *Actual Minds, Possible worlds*. Cambridge: Harvard University Press.
- Bruner, J.S.(1987). *Wie das Kind sprechen lernt*. Bern: Verlag Hans Huber.
- Goffman, E. (1980). *Rahmen-Analyse*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp.
- Krummheuer, G. (1989). Die Veranschaulichung als "formatierte" Argumentation im Mathematikunterricht. *Mathematica Didactica*, 12, 225-243.
- Oevermann, U., Allert, T., Gripp, H., Konau, E., Krambeck, F.(1976). Beobachtungen zur Struktur der sozialisatorischen Interaktion. Theoretische und methodologische Fragen der Sozialisationsforschung. In: Auwärter, M., Kirsch, E., Schröter, M.(Hrsg.), *Seminar: Kommunikation Interaktion Identität*. Frankfurt: Suhrkamp.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge: Harvard University Press.