

Heike Hahn und Stefanie Janott, Erfurt

Heuristische Strategien durch geometrische Aufgaben fördern

Anlage und Konzeption des Projektes

Im vergangenen Jahr wurde in einer Erfurter Grundschulklasse im zweiten Schulhalbjahr der Klassenstufe 3 und zu Beginn der Klassenstufe 4 ein Projekt durchgeführt, das der Förderung heuristischen Arbeitens diente. Anliegen des Projektes war es, heuristisches Arbeiten von Schülern mit Hilfe von Problemaufgaben geometrischen Inhalts zu fördern. Dazu wurde wöchentlich eine Problemaufgabe im Mathematikunterricht nach folgendem Vorgehen bearbeitet: Die Aufgabe, die in eine kurze Geschichte integriert war, wurde im Sitzkreis präsentiert. Zudem wurde diese Phase genutzt, um notwendige Vorkenntnisse der Schüler zu aktivieren. Es folgte eine Einzelarbeit, in der sich jeder Schüler mit der Aufgabe befasste. Dabei war die Nutzung von Material möglich. In dieser Phase waren die Schüler angehalten, nicht nur die Lösung festzuhalten, sondern zugleich ihr Vorgehen beim Bearbeiten der Aufgabe schriftlich zu dokumentieren. Schließlich erfolgte eine gemeinsame Reflexion, in der die Schüler ihre Lösungsansätze, Lösungen oder sonstigen Ideen vor der Klassengemeinschaft präsentierten. Auf diese Weise konnten sie unterschiedliche Vorgehensweisen und Bearbeitungsstrategien beim Lösen problemhaltiger Aufgaben kennen lernen.

Alle Aufgabenbearbeitungen mit den Lösungswegbeschreibungen, aber auch Lösungsversuche oder –ansätze wurden von den Schülern in einem Forscherhefter gesammelt.

Forschungsinteresse an der Thematik

Heuristisches Arbeiten als Untersuchungsgegenstand in der mathematikdidaktischen Forschung ist nicht neu. Deshalb konnte bei der Konzeption des Projektes an bereits dokumentierte Erfahrungen anderer Untersuchungen angeknüpft werden. Diese Aspekte werden im Weiteren kurz erläutert.

Heuristische Strategien kommen zur Anwendung, wenn eine Aufgabe anspruchsvolle Anforderungen stellt und Problemlösefähigkeiten erfordert. Der Problemlöseprozess kann durch heuristische Strategien unterstützt werden, jedoch führt ihre Anwendung nicht zwangsläufig zur erfolgreichen Problembearbeitung. Werden heuristische Strategien beim Lösen problemhaltiger Aufgaben bewusst herausgearbeitet, wirkt sich dies förderlich auf die Bearbeitung weiterer Problemaufgaben aus (u.a. Bardy 2007, S. 127; König 1992, S. 24). Deshalb wurden die Reflexionsphasen genutzt, um den Schülern heuristische Strategien bewusst zu machen.

In verschiedenen Untersuchungen konnte die Bedeutung von Strategiediskussionen zu heuristischen Vorgehensweisen beim Bearbeiten von Problemaufgaben bestätigt werden (u.a. Rasch 2001; Fuchs 2006, S. 293). Gespräche zwischen Lernenden zur Nachbesprechung der individuell vollzogenen Problembearbeitung haben gezeigt, dass sich Schüler dadurch ihres Vorgehens bewusst werden und somit ihr Repertoire an Vorgehensweisen erweitern können. Auch schriftliche Reflexionen dienen diesem Ziel. Aus diesen Gründen wurden sowohl Gesprächsrunden als auch schriftliche Formen von Lösungswegbeschreibungen als unterrichtliche Gestaltungselemente in die Projektkonzeption integriert.

Dass das Problemlösen im Mathematikunterricht der Grundschule eine wichtige Rolle spielt, bestätigen aktuell die Bildungsstandards mit der darin ausgewiesenen gleichlautenden allgemeinen mathematischen Kompetenz (KMK 2004). Der Erwerb dieser Kompetenz ist mit der Erwartung und mit der Verpflichtung verbunden, Schüler zu befähigen, problemhaltige Aufgaben erfolgreich zu lösen. Es galt, dieses Ziel mit Aufgaben zu geometrischen Inhalten zu unterstützen.

Über diese direkten Anknüpfungspunkte hinaus konnten in die Projektkonzeption weitere Impulse integriert werden, die zwar keinen unmittelbaren Transfer zuließen, jedoch dem Projekt wichtige Anregungen gaben und dessen Fragen spezifizierten.

Durch die Arbeit mit mathematisch potentiell begabten Schülern konnte nicht nur die Bedeutung des Problemlösens zur Förderung dieser Schüler bestätigt, sondern auch spezifische Vorgehensweisen beim Bearbeiten problemhaltiger Aufgaben identifiziert werden (u.a. Käpnick 1989, Fuchs 2006, Bardy 2007). In Ergänzung dessen interessierte für das Projekt die Frage, ob für Schüler mittlerer oder niedrigerer Leistungsgruppen vergleichbare Vorgehensweisen gefunden werden können.

Im Kontext von Untersuchungen zur Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben von Grundschulern (u.a. Rasch 2001) konnte das Erkennen und Nutzen inhaltlich gebundener heuristischer Strategien nachgewiesen werden. Zudem zeigten diese Studien, dass Schüler in Ansätzen allgemeine heuristische Strategien erkennen und anwenden können. Forschungsbefunde von Schülern der Sekundarstufe sind darüber hinaus zu dem Ergebnis gekommen, dass sie eine bestimmte Lösungsbewusstheit besitzen und dadurch in der Lage sind, allgemeine heuristische Strategien beim Lösen von Problemaufgaben zu nutzen (Bruder 2003). Für das Projekt interessierte die Frage, inwiefern geometrische Problemaufgaben über die inhaltsgebundenen heuristischen Strategien hinaus Potenzen für die Herausbildung allgemeiner heuristischer Strategien in sich tragen.

Für das Projekt wurden Problemaufgaben geometrischen Inhalts gewählt. Mit diesem Aufgabenbereich sind nach unserer Auffassung besondere Potenzen verbunden: Einerseits können mit Problemaufgaben geometrischen Inhalts weitere Aufgaben neben denen mit arithmetischem oder kombinatorischem Gehalt generiert werden, die die Entwicklung von Problemlösefähigkeiten unterstützen können. Andererseits repräsentieren geometrische Problemaufgaben einen Aufgabeninhalt, an dessen Bearbeitung die Schüler mit einer positiveren motivationalen Ausgangslage herangehen als an Textaufgaben mit arithmetischem Inhalt. Zudem weisen die zum Lösen der Aufgaben erforderlichen Vorkenntnisse oft weniger oder geringere Wissenslücken auf, die gerade für Schüler aus mittleren und niedrigeren Leistungsgruppen ein Bearbeitungshindernis sind. Geometrische Aufgaben motivieren ferner zum Gebrauch von Anschauungs- oder Arbeitsmaterialien, deren Nutzen als wichtige Lösungshilfe sowie als Form der Lösungsdarstellung nachgewiesen ist (u.a. Fuchs 2006, S. 292).

Erste Ergebnisse des Projektes

Bezüglich der Entwicklung heuristischen Arbeitens kann resümiert werden, dass sich alle Schüler im Verlauf des Projektes an das Bearbeiten problemhaltiger Aufgaben gewöhnt haben. Dies kann nicht nur mit der wachsenden Zahl sichtbarer Problembearbeitungen nachgewiesen werden, sondern lässt sich auch durch die Zunahme verschiedener kreativer Lösungswege und das Anwenden heuristischer Strategien zeigen. Insbesondere für Schüler aus den mittleren und unteren Leistungsgruppen ist es ein wesentlicher Entwicklungsfortschritt, dass sie mit dem Problembearbeiten überhaupt begonnen und diese schließlich teilweise richtig beendet haben. Diesen Schülern gelang es außerdem zunehmend besser, die Problemaufgaben nachvollziehbar zu bearbeiten und Rückschlüsse von ihren Bearbeitungsansätzen auf die Problemlösung zu ziehen.

Auch in den Lösungswegbeschreibungen wurde eine Entwicklung sichtbar: Die schriftlichen Äußerungen wurden zunehmend ausführlicher, detaillierter und als Wiedergabe einzelner Gedankenschritte sowie angereichert mit Erklärungen oder Begründungen verfasst.

Die Gewöhnung an das heuristische Arbeiten, die genaueren Lösungswegbeschreibungen und die erweiterte Bereitschaft, mit individuellen Ideen an eine Problemlösung heranzugehen, führten schließlich auch zu einer gesteigerten Qualität der Reflexionen. Die Schüler waren mehr und mehr in der Lage, heuristische Strategien als solche zu erkennen, in ihr eigenes Repertoire aufzunehmen und bei geeigneten Aufgaben erneut anzuwenden. Dabei dominierten inhaltsgebundene Strategien wie Verfahren zum Flächenvergleich, während allgemeine heuristische Strategien wie das Vor-

wärts- oder Rückwärtsarbeiten erst in Ansätzen bewusst gemacht werden konnten.

Ausblick

Nachdem mit dem Pilotprojekt erste Erfahrungen zur Förderung heuristischen Arbeitens durch geometrische Problemaufgaben gesammelt werden konnten, wird das Projekt im folgenden Schuljahr auf weitere Klassen und Klassenstufen ausgedehnt. Ziel ist, geeignete Problemaufgaben mit geometrischen Inhalten zu generieren und deren Einsatz im Unterricht zu analysieren, um den im vorherigen Abschnitt genannten Fragen intensiver nachgehen zu können.

Literatur

- Bardy, P. (2007): *Mathematisch begabte Grundschul Kinder. Diagnostik und Förderung*. München: Elsevier.
- Bruder, R. (2003): *Methoden und Techniken des Problemlösens*. Material im Rahmen des BLK-Programmes „SINUS“. Kiel: IPN.
- Fuchs, M. (2006): *Vorgehensweisen mathematisch potentiell begabter Dritt- und Viertklässler beim Problemlösen. Empirische Untersuchung zur Typisierung spezifischer Problembearbeitungsstile*. Berlin: LIT Verlag.
- Käpnick, F. (1989): *Mathematisch begabte Kinder: Modell, empirische Studien und Förderprojekte für das Grundschulalter*. Frankfurt a.M.: Peter Lang Verlag.
- König, H. (1992): Einige für den Mathematikunterricht bedeutsame heuristische Vorgehensweisen. In: *Der Mathematikunterricht*, 3, 24 - 38.
- Rasch, R. (2001): *Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Eine Studie zu Herangehensweisen von Grundschulkindern an anspruchsvolle Textaufgaben und Schlussfolgerungen für eine Unterrichtsgestaltung, die entsprechende Lösungsfähigkeiten fördert*. Hildesheim: Franzbecker
- www.uni-erfurt.de/grundschulpaedagogik/mathematik/forschung.html
- Zimmermann, B. (1991): *Heuristik als ein Element mathematischer Denk- und Lernprozesse*. Hamburg: Habilitationsschrift