Christa KAUNE, Elmar COHORS-FRESENBORG, Osnabrück
Silke KRAMER, Springe

Aufgaben zur Förderung metakognitiver Kompetenzen

1. Einleitung

In der internationalen mathematikdidaktischen Debatte wird als eine wichtige Maßnahme zur Verbesserung der Nachhaltigkeit des Mathematikunterrichts angesehen, metakognitive Aktivitäten im Unterricht zu steigern: Es gilt die Unterrichtskultur so zu verändern, dass die Lernenden ihre eigenen Denkprozesse vermehrt planen, überwachen und reflektieren.

In einem zweijährigen Kooperationsprojekt zwischen dem Institut für Kognitive Mathematik (Universität Osnabrück) und dem Otto-Hahn-Gymnasium (Springe) wird dazu ein Konzept entwickelt und erprobt. Es fußt auf bewährten Ideen aus dem von der Deutschen Telekom Stiftung geförderten Projekt *Mathematik Gut Unterrichten* (Kaune u.a., 2010). Insbesondere werden vermehrt Aufgaben konzipiert, mit denen metakognitive Aktivitäten von Lernenden gesteigert werden sollen. Dies soll die Entwicklung einer metakognitiv-diskursiven Unterrichtskultur verstärken. Die Wirksamkeit dieser komplexen Implementationsmaßnahme wird mit einem Kontrollgruppendesign untersucht.

2. Aufgabenbeispiele zur Evozierung von Planungsaktivitäten

Während in neueren Schulbüchern Aufgaben zu finden sind, die die Lernenden zur Überwachung und zur Reflexion anregen (vgl. z.B. Lergenmüller und Schmidt, 2001) sind Aufgaben, die bei den Lernenden Planungsaktivitäten auslösen sollen, sehr selten zu finden. Wohl aber findet man Vorschläge, die die Lernenden zum Befolgen von Strategien anhalten (vgl. Griesel u.a., 2006, S. 109). Dies steht im Einklang mit internationalen Bemühungen, Lernende im Befolgen solcher Strategien zu trainieren (Mevarech u.a., 1997). Es scheint aber schwierig zu sein, dass die Lernenden diese Strategien zu ihren eigenen machen, ohne dass sie von den Lehrenden dazu jedes Mal aufgefordert werden (Depaepe u.a., 2010). Wenn man dieses ändern will, muss man die Unterrichtskultur insgesamt beeinflussen. Ausgangspunkt können geeignete Aufgaben sein, die die Lernenden motivieren, selbständig planerisch tätig zu werden. Dies kann eine Lehrkraft beispielsweise in einer Situation erreichen, in der ein Schüler (krankheitsbedingt) den Unterricht versäumt hat indem sie allen Schülern die folgende Hausaufgabe stellt:

Schreibt für Dennis auf, was wir heute im Unterricht erarbeitet haben, so dass er in die Lage versetzt wird, die Hausaufgaben ohne weitere Hilfe zu machen.

Eine Schülerin wählt sich das Beispiel: $3(x+4) - 10 = 7x + 10 + 3x$ und stellt am Anfang ihrer Hilfe die Notwendigkeit einer Strategie heraus.

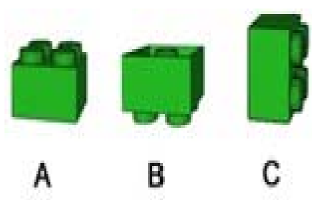
Da du ja nicht da warst kannst du ohne eine Strategie wahrscheinlich die Aufgaben nicht lösen. Da ich freundlich bin sage ich dir mal meine Strategie. Demnach empfele ich dir als erstes die Klammern aufzulösen. Danach würde ich die Terme zusammenfassen. Das würde ich immer machen wenn es geht. Hier nach empfele ich dir die Terme zu ordnen also auf eine Seite die x-Terme und auf die andere Seite die normalenzahlen. Wenn du dies gemacht hast würde ich so weiter rechnen das auf der linken Seite nur ·x steht und auf der rechten nur eine normale Dann teile durch die Zahl die mit x multipliziert wird.

Die nächsten Sätze beschreiben Planungen von Tätigkeiten, wie: Klammern auflösen, Terme zusammenfassen, Terme ordnen. Dann wechselt sie zu Planungen von Zwischenergebnissen: auf eine Seite die x-Terme, auf der anderen Seite normale Zahlen, einen Term „mal x", nur eine normale Zahl. Zum Ende plant sie wieder eine Tätigkeit: Teilen durch die Zahl, die mit x multipliziert wird.

Das selbständige Formulieren der Strategie setzt voraus, dass diese Schülerin über ihre Erfahrungen beim Gleichungslösen reflektiert hat. Die Art, wie sie sich präzise an ihren Mitschüler wendet, lässt vermuten, dass sie dies auch in einem Diskurs im Unterricht praktiziert.

Das folgende zweite Aufgabenbeispiel zeigt, wie bei anspruchsvollen Aufgaben mathematisches Sachwissen, darauf aufsetzende kognitive Prozesse und sie steuernde metakognitive Aktivitäten miteinander verwoben sind. Es handelt sich um eine Weiterentwicklung von Aufgabe 11 aus Lergenmüller und Schmidt (2001, S. 205).

Fällt ein Lego-Vierer auf den Boden, so kann er „4 Augen" oder „1 Auge" zeigen oder auf einer Seite liegen bleiben. In der Tabelle findest du verschiedene Prognosen für die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis A, B oder C auftritt.



a) Welche der Schätzungen sind eurer Meinung nach gut, welche nicht? Begründet eure Meinung.

b) Plant, wie man untersuchen kann, wie groß die Wahrscheinlichkeiten sein könnten.

c) Notiert eure eigene Prognose.

d) Führt euren Plan aus. Wer hat die beste Prognose aufgestellt?

	A	B	C
Inge	0,33	0,33	0,33
Peter	0,4	0,4	0,2
Jutta	0,4	0,55	0,05
Hans	0,4	0,6	0
Fred	0,3	0,5	0,1

Bei der Analyse der Aufgabenteile und der Schülerlösungen greifen wir wieder auf Cohors-Fresenborg und Kaune (2007) zurück.

Schülergruppe 1:

wir glauben das Hans recht hat, weil
die Warscheinlichkeit sehr gering ist das
der Stein auf die Seite fällt (C).
Man kann den Stein auf die Seite
stellen doch vom Wurf aus bleibt er
nie auf der Seite stehen. Aber wir
vermuten das die Möglichkeit A
am häufigsten Auftritt, weil ihn die
Pinöpel schwerer machen und runterziehen.
Inge dagegen glauben wir das sie
nicht Recht hat, weil es nicht passieren
kann, das der Stein genauso viel gleich
liegen bleibt wie a&b).

Bei Bearbeitung des Aufgabenteils a sind sowohl fachspezifische Tätigkeiten zu kontrollieren, ein Ergebnis auf Plausibilität zu kontrollieren als auch der gewählte Modellierungsansatz zu überprüfen. Zur Begründung sind auch reflektierende Einschätzungen notwendig, wie die Bearbeitungen von zwei Schülergruppen zeigen.

Schülergruppe 2:

Wir stimmen keiner Prognose zu, weil es wahrschein-
licher ist, dass der Legostein wie A fällt, da
dann die größte Fläche auf dem Boden liegt.
Aus dem Grund ist auch B wahrscheinlicher als
C. Inge und Fred kommen nicht einmal mit
allen Prozentwerten auf 100.

Mit dem Aufgabenteil b werden die Lernenden zunächst zur Planung aufgefordert. Die in dieser Lerngruppe etablierte Unterrichtskultur erfordert, dass sie ihre Aktivitäten begründen. Dieses ruft Reflexionstätigkeiten auf, wie die folgenden Bearbeitungen zeigen:

Schülergruppe 3:

Unser Plan:
Wir haben uns überlegt weil wir 3 Leute
sind das 2 den Lego-Stein 33 mal
hoch werfen und einer ~~?~~ 34 mal den Stein
hoch wirft denn dann haben wir ihn 100
mal hoch geworfen und haben dann
sozusagen auch 100% und dann kann
man die Prozente besser ausrechnen.
(In der klasse kann man dann 3-Gruppen
bilden. Denn dann haben wir sozusagen tausend
mal gewürfelt und hat mehr Ergebnisse.)

Diese Schülergruppe plant (begründet) eine Methode zur Überprüfung einer Prognose, bevor sie über Rechenvorteile reflektiert. Eine zweite Gruppe (s. nächste Seite) plant ebenfalls eine Methode, und begründet sie nachträglich mit einer Reflexion über die Wirkungsweise.

Schülergruppe 4:

b) Jeder wirft 30x einen Lego-Vierer hoch, dann werden die Ergebnisse zusammengetragen und die relative Häufigkeit ausgerechnet.
Die relative Häufigkeit wird nah an der Wahrschein-lichkeit liegen, weil der Lego-Vierer 800x geworfen wurde.

Die Aufgabenteile c und d erfordern zunächst Aktivitäten auf der Sachebene. Anschließend wird eine reflektierende Einschätzung erwartet.

3. Fazit

Die Analysen der Aufgabenbeispiele und der Schülerlösungen zeigen, wie metakognitive Aktivitäten zum Erreichen der in den Bildungsstandards geforderten Kompetenzen *Argumentieren* und *Modellieren* beitragen. Für die Verbesserung der Unterrichtsqualität reicht es nicht, Lehrkräften lediglich solche Aufgaben an die Hand zu geben. Lernende werden sich nur dann schriftlich begründet argumentativ äußern, wenn es dieses auch Bestandteil des Unterrichtsdiskurses ist. Im Projekt *Mathematik Gut Unterrichten* wurde gezeigt, wie in einem Lehrercoaching durch Beteiligung der Lehrkräfte an der Analyse von Unterrichtsdiskursen das Bewusstsein für das Ineinandergreifen von kognitiven und metakognitiven Aktivitäten bei Lernenden und Lehrenden geschärft werden konnte (Kaune u.a., 2010).

Literatur

Cohors-Fresenborg, E. und Kaune, C. (2007): *Kategoriensystem für metakognitive Aktivitäten beim schrittweise kontrollierten Argumentieren im Mathematikunterricht.* Arbeitsbericht Nr. 44. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

Depaepe, F. u.a. (2010): Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: analysis and impact on students beliefs and performance. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 42(2).

Griesel, H. u.a. (2006): *Elemente der Mathematik 7 Niedersachsen*. Hannover: Schroedel.

Kaune, C. und Cohors-Fresenborg, E. (Hrsg.) (2010): *Mathematik Gut Unterrichten - Analyse von Mathematikunterricht bezüglich metakognitiver und diskursiver Aktivitäten*. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

Lergenmüller, A. und Schmidt, G. (2001): *Mathematik neue Wege 7*. Braunschweig: Westermann.

Mevarech, Z. R. und Kramarski, B. (1997): IMPROVE: A Multidimensional Method for Teaching Mathematics in Heterogeneous Classrooms. *American Educational Research Journal*, 34(2), 365–394.