

Gunta LACE, Riga

Lehrerfragen im Unterricht von Problemlösen

Die internationale Diskussion darüber, wie das Lernen von Mathematik verbessert werden kann, hat verstärkt das Augenmerk auf die Problemlöse-Kompetenz der Lernenden gerichtet. Es kann erst dann von einem Problem und demzufolge auch von Problemlösen gesprochen werden, wenn eine Aufgabe einen Adressaten mit entsprechender Wahrnehmung hat, wenn die Aufgabe also in eine konkrete, subjektiv als schwierig empfundene oder zumindest aus Sicht der eigenen mathematischen Vorerfahrungen ungewohnte Lernsituation gebracht wird (Bruder).

Problemlöse-Kompetenz kann man sich nur durch selbständiges Problemlösen aneignen. Trotzdem ist es wichtig, dass der Schüler mit seinem Problem nicht alleine gelassen wird, das heißt, der Lehrer muss bereit sein dem Schüler zu helfen. Eine der Lehreraufgaben besteht darin, die Schüler mit heuristischen Strategien bekannt zu machen.

Die Lehrer sind überzeugt, dass das Erlernen der heuristischen Strategien bei Schüler ebenso verläuft, wie das Erlernen konkreter mathematischer Kenntnisse – zuerst führt der Lehrer ein Beispiel vor, dann üben die Schüler mit Hilfe des Lehrers, danach üben sie selbständig und dann können sie Problemlöse-Kompetenz kreativ einsetzen. Lehrer geben zu, dass sie Schwierigkeiten bei der Entwicklung von Problemlöse-Kompetenz der Schüler haben. In dieser kleinen Forschung ist das Augenmerk auf ein vom Lehrer vorgeführtes Model gerichtet. In der qualitativen Forschung werden die Lehrermeinung nach wesentlichen Fragen analysiert, um den Schülern das Lösen von Problemaufgaben zu unterrichten.

Es wurden drei unterschiedliche Problemaufgaben analysiert: eine klassische Geometrieaufgabe, ein Problem aus dem realen Leben, das man leicht in eine klassische Geometrieaufgabe reduzieren kann und ein offenes Modellierungsproblem.

Aufgabe 1. *Eine Kathete des rechtwinkligen Dreiecks ist 3 cm länger als die andere. Die Dreiecksfläche sind 14 cm^2 . Berechne, wie lang sind die Ränder des Dreiecks. Finde heraus, zwischen welchen hintereinander folgenden ganzen Zahlen liegt die Hypotenusenlänge.*

Aufgabe 2. *In eine Kiste werden Zylinderförmige Schachteln gelegt, deren Höhe 7 cm und Durchmesser 8 cm ist. Die Kiste ist ebenso hoch, wie die Schachtel. Die Kiste hat eine rechteckige Parallelepipede Form. Die Kiste ist 0,4 m breit und ihre Länge ist zweimal länger als Breite.*

Wie viele Schachteln passen in die Kiste, wenn man sie nebeneinander in eine Reihe legt?

Berechne das Gesamtvolumen der Schachteln in der Kiste!

Aufgabe3. *In diesem Jahr findet in Riga wieder das Sing- und Tanzfest der Schüler statt. Da nehmen mehr als 30 Tausend Sänger und Tänzer teil. Eine der gesehnten Festveranstaltungen ist der Festzug der Teilnehmer. Der Festzug beginnt am Freiheitsdenkmal und endet sich am Stadttheater. Wie viele Menschen können diesen Festzug live sehen?*

In der Forschung nahmen 32 Mittelstufenmathematiklehrer teil. Zuerst haben sie 20 Minuten lang die Aufgaben kennengelernt und gelöst. Obwohl es angenommen wurde, dass diese Aufgaben für die Lehrer keine Problemaufgaben sind, muss man trotzdem vermerken, dass viele Lehrer beim Lösen der Aufgabe aus dem realen Leben wesentliche Fehler gemacht haben. Danach hatten Lehrer die Aufgabe – die Problemlöseschritte, die man zusammen mit Schülern bei der Lösung jeder Aufgabe durchführen muss, zu planen. Welche sind die wichtigsten Fragen, die man beantworten muss? Dabei muss man beachten, dass für die Schüler die konkreten Aufgaben nur ein Mittel zum Erlernen der heuristischen Strategien ist.

Auf Grund der Lehrerfragen wurden ihre Vorstellungen von geplanten Schritten und Strategien beim Unterrichten der Problemaufgaben analysiert.

Es gibt folgende Lösungsphasen, auf die es beim Lösen mathematischer Probleme seines Erachtens entscheidend ankommt: Verstehen der Aufgabe, Ausdenken eines Planes, Ausführung des Planes und Rückschau auf die Lösung (Polya). In den analysierten Transkriptionen werden zunächst die Textpassagen (Fragen, aber auch Teilsätze bis hin zu einzelnen Worten) identifiziert, denen eine Lösungsphase zugewiesen werden soll. Danach werden diejenigen Teile, die einer Lösungsphase zugeordnet werden, in entsprechende Farbe markiert. Besonders wurden die Fragen markiert, die eine wesentliche Abweichung von logischem Lösungsgang vorsehen, zum Beispiel, verschiedene Lösungsmethoden der quadratischen Gleichung gründlich zu wiederholen. Diese Darstellung gibt es bei qualitativen Analysen eine optische Unterstützung, gerade auch bei Phasenwechseln.

Aufgrund vieler Unterrichtsbeobachtungen beim Problemlösen und einiger grundsätzlicher Anregungen sei folgende Aufstellung von Hilfen vorgeschlagen: die Motivationshilfen, die Rückmeldungshilfen, allgemein – strategische Hilfen, inhaltsorientierte strategische Hilfen und inhaltliche Hilfen (Zech).

Die Motivationshilfen (Die Aufgabe ist nicht schwer! Du wirst die Aufgabe schon schaffen!) und die Rückmeldungshilfen (Du bist auf dem richtigen Wege! Da musst du noch mal nachrechnen!) wurden nicht in Betracht gezogen, da die Lehrer sie ohne „Anwesenheit der Schüler“ nicht planen können.

Die geplanten Lehrerfragen wurden in drei Kategorien untergeordnet: allgemein – strategische Hilfen (AS), inhaltsorientierte strategische Hilfen (IS) und inhaltliche Hilfen (II). Von inhaltlichen Hilfen wurden besonders die Fragen gesondert, die eine Abweichung vom logischen Lösungsgang vorsehen, um einige mathematischen Begriffe oder Algorithmen (IE) gründlich zu wiederholen.

Um festzustellen, welcher Kategorie jede Lehrerfrage zuordnen kann, wurde auch die Zeit der Frage in Betracht gezogen. Zum Beispiel, wenn man die Frage „Welche sind die ganze Zahlen?“ in der Anfangsphase beim Kennenlernen der Aufgabe gestellt worden wäre, dann würde sie grün markiert und der Kategorie Verstehen der Aufgabe zugeordnet. Aber, wenn man diese Frage nur in der Lösungsphase vorgesehen worden wäre, dann wurde sie als eine Abweichung geschätzt.

Beim Planen der Fragen für die 1. Aufgabe, halten die Lehrer am wichtigsten die inhaltlichen Fragen und die Ausführung des Planes. 24 Fragen oder 8 % der vorgesehenen Fragen wurden als inhaltliche Abweichungen geschätzt.

Man kann beobachten, dass es die größte Bedeutung inhaltliche Fragen haben, und nur 17% aller Fragen kann man als Allgemein-strategische Hilfen einschätzen, obwohl die Lehrer die Aufgabe bekommen haben: „Welche sind die wichtigsten Fragen, die man beantworten muss?“ Dabei musste man beachten, dass für die Schüler die konkreten Aufgaben nur ein Mittel zum Erlernen der heuristischen Strategien ist.

Wenn man vergleicht, welche Bedeutung welche Lösungsphasen für Lehrer haben, dann sieht man, dass am wichtigsten scheint die Ausführung des Planes. Beim Lösen der ersten Aufgabe, aber nicht bei der zweiten und dritten, haben die Lehrer auch Rückschau auf die Lösung vorgesehen, denn eine der Wurzeln der quadratischen Gleichung kann man nicht beim Lösen der Geometrieaufgabe einsetzen.

Beim Planen der Fragen für die 2. Aufgabe, halten die Lehrer am wichtigsten ebenso die inhaltlichen Fragen und die Ausführung des Planes. Es wurde fast nicht angeboten die Lösung zu überprüfen, und auch gab es keine Frage zur Reflexion.

Es wurde auch die Modellierungsaufgabe über die Zuschauerzahl des Festzugs analysiert. Sechs von den Forschungsteilnehmern haben diese Aufgabe gar nicht gelöst, sie haben aber ihre Einstellung entweder nicht begründet, oder sie haben vermerkt, dass die Schüler diese Aufgabe nicht lösen können, weil es keine Größen gegeben worden sind. Die Lehrer, die die Aufgabe gelöst haben, finden noch immer die inhaltlichen Fragen und Ausführung des Planes am wichtigsten.

Im Vergleich zu den ersten zwei Aufgaben, wurde bei der Lösung dieser Aufgabe die größte Aufmerksamkeit dem Planen gewidmet: Allgemein - strategische Hilfen und Inhaltsorientierte strategische Hilfen.

Wenn man alle Aufgaben vergleicht, kann man beobachten, dass es nur 15 % aller Lehrerfragen als Allgemein - strategische Hilfen und 22% als Inhaltsorientierte strategische Hilfen klassifizieren kann. Das zeugt davon, dass die Lehrer noch immer die Rolle der Denk- und Lösestrategien im Problemlöseprozess nicht begreifen, oder sie meinen, dass das Erlernen dieser Strategien unbewusst, oder eingeboren ist. Das kann man auch aus den Lehrerinterviews über ihre Meinung von Mathematiklernzielen in der Mittelstufe ableiten.

Wenn man die Einteilung nach Lösungsphasen sieht, es scheint alarmierend, dass es nur 9 % aller Lehrerfragen sich auf die Rückschau auf die Lösung beziehen.

Diese pessimistischen Ergebnisse kann man damit erklären, dass der Großteil der lettischen Mathelehrer, beim Studium der Mathematikdidaktik und Methodik in der Hochschule haben nicht gelernt, warum muss man und wie kann man die Problemlöse-Kompetenz der Schüler entwickeln. Im Vergleich zu Deutschland, wo es zurzeit diese Frage schon gründlich untersucht worden ist, hat man in Lettland nur in den letzten 10 Jahren die Entwicklung der Problemlösefertigkeit im Niveau der Staatspolitik für wichtig gehalten, die Lehrer halten es für ihre persönliche Aufgabe.

Literatur

- Bruder, R., Büchter, A., Leuders, T. (2008). Mathematikunterricht entwickeln: Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten (S. 18-47). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Polya, G., (1967²). Schule des Denkens (Umschlagseite). Bern: Francke Verlag.
- Zech, F. (2002¹⁰). Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik (S. 307 - 367). Weinheim und Basel: Beltz Verlag.