

Carmen MAXARA, Gießen

## **Verständnis und Begründungen von Studierenden zum Maternity-Ward-Problem und analogen Situationen**

Der Inhalt dieses Artikels fokussiert auf das Verständnis, die Intuitionen und Begründungen von Studierenden im Hinblick auf die Rolle der Stichprobengröße in vier Aufgaben. Eine Aufgabe ist das bekannte Maternity-Ward-Problem, die anderen drei Aufgaben weisen eine analoge mathematische Struktur, aber einen anderen Kontext auf.

Die 13 Studierenden, die an dieser Studie teilgenommen haben, nahmen alle an der Veranstaltung „Elementare Stochastik“ für Lehramtsstudierende (HRG) teil, in der die Software Fathom durchgängig als Werkzeug zur Datenanalyse, zur Simulation, zur beurteilenden Statistik sowie zum Experimentieren mit statistischen Methoden eingesetzt wurde. Die Studierenden arbeiteten mit Simulationen von Zufallsexperimenten und sammelten Erfahrungen mit Stichproben- und Häufigkeitsverteilungen über das gesamte Semester. Etwa vier Wochen nach Ende der Vorlesung nahmen die 13 Studierende an Einzelinterviews teil, die u.a. zwei analoge Aufgaben zum Maternity-Ward-Problem enthielten.

### **1. Forschungsstand**

Das Maternity-Ward-Problem ist auch in psychologischen Studien schon oft untersucht worden. Diese Studien haben gezeigt, dass es für Lernende nicht einfach ist, dieses Problem intuitiv zu lösen (Kahneman & Tversky 1972; Sedlmeier & Gigerenzer 1997). Sedlmeier (1999) hat gezeigt, dass die Arbeit mit einem Trainingsprogramm mit virtuellen Urnen einen positiven Langzeiteffekt auf die Lösungshäufigkeit von Aufgaben hat, die strukturell der Maternity-Ward-Aufgabe entsprechen. Eine Studie von Garfield & delMas (1990) lieferten wiederum geringe Lösungshäufigkeiten. Alle hier betrachteten Aufgaben wurden in dem einfacheren „Häufigkeitsformat“ (Sedlmeier 1999) gestellt.

### **2. Maternity-Ward- und Multiple-Choice-Test-Aufgabe**

Im Eingangstest der Vorlesung stellt wird das Maternity-Ward-Problem und folgende Multiple-Choice-Aufgabe im analogen Format:

*„Betrachten Sie die beiden folgenden Tests, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann: Test 1 besteht aus 10 Fragen. Test 2 besteht aus 20 Fragen. Beide Tests sind bestanden, wenn mindestens 60% der Fragen richtig beantwortet sind. Bei welchem der beiden Tests hat ein Prüfling größere Chancen zu bestehen, wenn er nur rät? a) Test 1, b) Test 2, c) in beiden gleich wahrscheinlich oder d) weiß ich nicht.“*

Jede der zwei Aufgaben wurde von etwa 19% der Studierenden richtig beantwortet, aber nur 5% der Studierenden beantworteten beide Fragen richtig. Im Eingangstest gaben die meisten Studierenden (63% beim Maternity-Ward-Problem und 45% bei der Multiple-Choice-Aufgabe) die Antwort, dass beide Möglichkeiten gleichwahrscheinlich seien.

Eine Übungsaufgabe, die die Studierenden während dem Semester bearbeiten sollten, war ebenfalls eine Multiple-Choice-Aufgabe, bei der die Studierenden drei verschiedene Situationen simulieren und verschiedene Fragen zu Häufigkeitsverteilungen und der Wahrscheinlichkeit zum Bestehen des Tests beantworten sollten. Die Simulationsaufgabe erforderte die Simulation der Stichprobenverteilung der Anteile der Erfolge. Die Studierenden hatten die Bestehenswahrscheinlichkeit auf Grundlage der gesamten Verteilung zu schätzen. Die Idee war hier das Verständnis von Verteilungen zu festigen.

Im Nachtest wurden dieselben Aufgaben aus dem Vortest verwendet. Hier konnten Verbesserungen der Lösungshäufigkeiten bei diesen beiden Aufgaben verzeichnet werden. Nun beantworteten etwa 57% der Studierenden die Maternity-Ward-Aufgabe sowie 57% die Multiple-Choice-Test-Aufgabe richtig. Etwa 30% der Studierenden beantworteten beide Fragen richtig. Meyfarth (2008), der dieselben Aufgaben in einem Vor- und Nachtest mit Oberstufenschülern getestet hat, kam zu ähnlichen Lösungshäufigkeiten: etwa 25% im Vortest und etwa 66% im Nachtest. (Siehe auch Vanhoof et al. (2007) mit ähnlichen Resultaten.) Hinsichtlich der besuchten Vorlesung sind die Lösungsraten des Nachtests aber nicht zufriedenstellend.

Überraschend an dem Ergebnis ist vor allem, dass die Übereinstimmung zwischen den beiden Antworten – die Aufgaben folgten in den Tests direkt hintereinander – so gering war (vgl. Abb. 1).

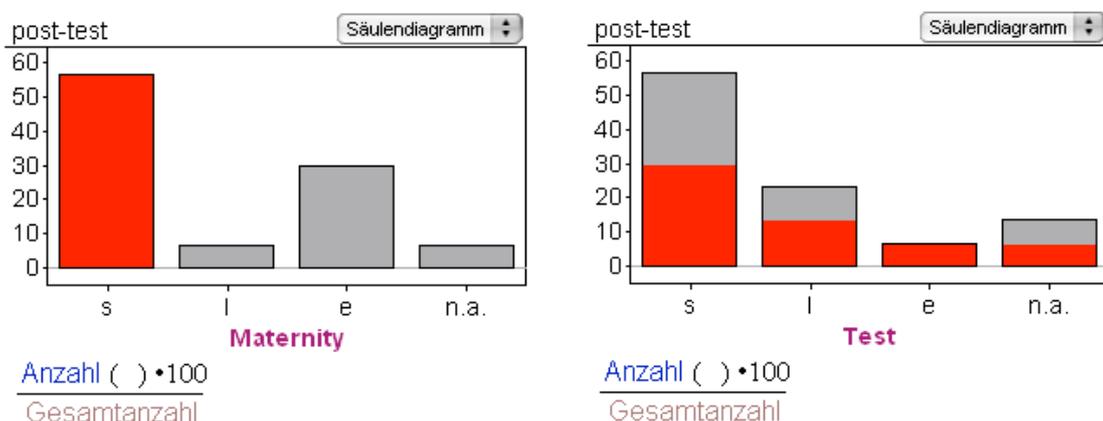


Abb. 1: Antworten zum Maternity-Ward-Problem und dem Multiple-Choice-Test im Nachtest; Häufigkeiten in Prozent (s: smaller, l: larger, e: equal, n.a.: no answer)

Für eine Analyse der Begründungen – auch der folgenden Aufgaben – siehe Maxara & Biehler (2010).

### 3. Casino- und Wahlumfrage-Aufgabe

Um die Ursachen der Schwierigkeiten weiter zu untersuchen, wurden in den anschließenden Interviews zwei strukturell ähnliche Aufgaben in einem anderen Kontext eingesetzt. Beide Aufgaben wurden ebenfalls direkt hintereinander gestellt. Aufgabe Casino:

*„Bei einer bestimmten Sorte von Spielautomaten beträgt die Gewinnwahrscheinlichkeit 30%. In einem kleineren Casino werden an einem solchen Automat täglich etwa 50 Spiele und in einem etwas größeren Casino täglich etwa 200 Spiele durchgeführt. Bei welchem Casino ist die Wahrscheinlichkeit größer, dass an diesem Automat an einem Tag mehr als 40% der Spiele gewonnen werden? a) im kleineren Casino, b) im größeren Casino oder c) in beiden gleich wahrscheinlich.“*

Aufgabe Wahlumfrage:

*„In einer bestimmten Stadt wählen 45% der Einwohner CDU. In einem größeren Institut für Wahlprognosen werden zufällig 300 Personen gefragt, ob sie CDU wählen würden, wenn diesen Sonntag Bundestagswahl wäre. In einem kleineren Institut derselben Stadt wird diese Frage nur 100 Personen gestellt. Bei welchem Institut ist die Wahrscheinlichkeit größer, dass bei der Umfrage mehr als 50% der befragten Personen CDU wählen würden? a) beim kleineren Institut, b) beim größeren Institut oder c) bei beiden gleichwahrscheinlich.“*

Ein erstes interessantes Ergebnis ist, dass die Antworten der Studierenden stark vom Kontext der Aufgabenstellung abhängen. Sechs der 13 Studierenden beantworteten die Casino-Aufgabe richtig, 11 beantworteten die Wahlumfrage-Aufgabe richtig. Nach der Beantwortung der beiden Aufgaben wurden die Studierenden, die eine unterschiedliche Antwort auf die beiden Fragen gaben, gefragt, ob sie denn einen Zusammenhang zwischen den beiden Aufgaben gesehen hätten. Nun änderten noch 5 Studierende ihre Antwort auf die Casino-Aufgabe (keiner bei der Wahlumfrage), und drei gaben noch eine richtige Antwort. Ein Überblick über die Beantwortung der beiden Fragen ist in Tab. 1 abgebildet.

Aufgabe/Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Casino	s	l	l	s	s	l	e	s	e	s	e	e	s
Wahlumfrage	s	s	l	s	s	e	s	s	s	s	s	s	s
Casino nach Nachfrage	-	e	-	-	-	e	s	-	s	-	e	s	-

Tab. 1: Ergebnisse der Casino- und Wahlumfrage-Aufgabe (s: smaller, l: larger, e: equal, n.a.: no answer)

## 4. Diskussion

Die intuitiven Schwierigkeiten der Studierenden beim Lösen solcher Aufgaben, wurden in dieser Studie bestätigt. Auch nach einer computer- und simulationsintensiven Stochastikvorlesung haben Studierende Schwierigkeiten diese Aufgaben zu lösen und gut zu begründen. Folgende zwei Aspekte lassen sich festhalten: 1) Die Lösungsrate (sowie eine gute Begründung) hängen sehr stark vom Kontext der Aufgabe ab und 2) Studierende, die eine Aufgabe richtig lösen, lösen nicht notwendigerweise auch eine weitere Aufgabe mit derselben mathematischen Struktur.

Ein Grund, warum die Wahlumfrage-Aufgabe besser als die übrigen Aufgaben beantwortet wurde, könnte darin liegen, dass die Studierenden mit der Alltagserfahrung „eine größere Stichprobe gibt verlässlichere Werte als eine kleine“ vertrauter sind und der Kontext genau diese abrufen. Es scheint, dass die Studierenden weniger Schwierigkeiten haben einen statistischen als einen wahrscheinlichkeitstheoretischen Kontext mit derselben mathematischen Struktur zu modellieren. Studierende scheinen Schwierigkeiten zu haben, Argumente bezüglich der Stichprobengröße in einen stärker wahrscheinlichkeitstheoretischen Kontext wie bei der Casino-Aufgabe zu übertragen.

## Literatur

- Garfield, J. & R. delMas (1990). Students' Conceptions of Probability. *Proceedings of ICoTS 3*, Dunedin. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/18/BOOK1/A9-8.pdf>
- Kahneman, D. & A. Tversky (1972). Subjective probability: A judgement of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.
- Maxara, C. & R. Biehler (2010). Students' Understanding and Reasoning about Sample Size and the Law of Large Numbers after a Computer-intensive Introductory Course on Stochastic, in: C. Reading (Ed.) *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the ICoTS 8*, Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: ISI. Online: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php)
- Meyfarth, T. (2008). *Die Konzeption, Durchführung und Analyse eines simulationsintensiven Einstiegs in das Kurshalbjahr Stochastik der gymnasialen Oberstufe. Eine explorative Entwicklungsstudie*. Hildesheim, Franzbecker. Online: <https://kobra.bibliothek.uni-kassel.de/handle/urn:nbn:de:hebis:34-2006100414792>.
- Sedlmeier, P., & G. Gigerenzer (1997). Intuitions About Sample Size: The Empirical Law of Large Numbers. *Journal of Behavioral Decision Making*, 10, 33-51.
- Sedlmeier, P. (1999). *Improving Statistical Reasoning. Theoretical Models and Practical Implications*. Mahwah, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.
- Vanhoof, S., Sotos, A., Onghena, P. & L. Verschaffel (2007). *Students' reasoning about sampling distributions before and after the Sampling Distribution Activity*. Online: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/isi56/CPM80\\_Vanhoof.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/isi56/CPM80_Vanhoof.pdf)