

Michael MEYER, Dortmund

„Ich hab grad n Zweieck erfunden“ – Typen von Regeln und ihre Bedeutungen bei Begriffsbil- dungsprozessen im Mathematikunterricht

Regeln können im Mathematikunterricht verschiedene Bedeutungen haben. Sie können zum Beispiel als mathematische Sätze selbst Gegenstand des Unterrichts sein oder als soziale Regeln die Interaktion(sverläufe) zwischen den am Unterricht Beteiligten bestimmen (s. hierzu Voigt 1984). Inwiefern Regeln aber auch die Begriffsbildung beeinflussen können, wird in diesem Beitrag auf der Basis der Sprachspielphilosophie von Ludwig Wittgenstein dargelegt.

1. Begriffsbildungsprozesse als Sprachspiele

Fundamental für die hier verwendete Sicht auf Begriffsbildungsprozesse ist Wittgensteins Metapher des „Sprachspiels“. Will man die Bedeutung dieses Wortes erfassen, so ist man zunächst mit einem Problem konfrontiert: Wittgenstein definiert nicht, was genau er als „Sprachspiel“ versteht. Vielmehr gibt er Beispiele und Beschreibungen von Sprachhandlungen an. Neben weiteren präsentiert Wittgenstein die folgenden Beispiele (Wittgenstein, Philosophische Untersuchungen, §23; im Folgenden kurz: PU §23):

- „Herstellen eines Gegenstandes nach einer Beschreibung“,
- „Eine Hypothese aufstellen und prüfen“,
- „Ein angewandtes Rechenexempel lösen“.

Diese Beispiele mögen andeuten, dass Sprachspiele kleine Episoden oder Einheiten innerhalb unserer alltäglichen Sprachhandlungen sind. Jedoch nennt Wittgenstein auch ein größeres Anwendungsgebiet von Sprachspielen:

„Ich werde auch das Ganze: der Sprache und der Tätigkeiten, mit denen sie verwoben ist, das ‚Sprachspiel‘ nennen.“ (Wittgenstein, PU §7)

Sprachspiele vollziehen sich also auf verschiedenen Ebenen. Sie können einen eher umfassenden Charakter haben, ebenso wie sie nur kleine Bereiche unserer Handlungen beschreiben. Sie können sich durch sprachliche Handlungen auszeichnen, müssen dies jedoch nicht notwendig, weil auch nonverbale Tätigkeiten ausreichen, wie die obigen und das noch folgende Beispiel zeigen.

Neben solchen Beispielen gibt Wittgenstein keine detaillierte beschriebene Bedeutung oder gar eine „Definition“ dessen, was ein „Sprachspiel“ sein

könnte. Ein zu vermutender Grund hierfür könnte seine Auffassung der Verleihung von Bedeutung sein:

„Man kann für eine *große* Klasse von Fällen der Benützung des Wortes ‚Bedeutung‘ – wenn auch nicht für *alle* Fälle seiner Benützung – dieses Wort so erklären: Die Bedeutung eines Wortes ist sein Gebrauch in der Sprache.“ (PU §43; Hervorhebungen im Original)

Die Bedeutung eines Wortes (z. B. „Sprachspiel“) wird auf seinen Gebrauch in der Sprache zurückgeführt. Begriffe zu bilden kann somit verstanden werden, als Formen des Gebrauches des entsprechenden Wortes anzugeben. Die Beispiele von Wittgenstein für das Wort „Sprachspiel“ stellen solche Gebrauchsformen dar. Entsprechend muss die fehlende Definition des Wortes „Sprachspiel“ kein Versäumnis Wittgensteins sein, sondern vielmehr eine Konsequenz seiner Theorie.

2. Regeln im Begriffsbildungsprozess

Wittgensteins Theorie der Begriffsbildung enthält verschiedene Fokussierungen. Eine hiervon bildet die Betonung von Regeln: Der Gebrauch von Worten bzw. der Gebrauch von Sätzen innerhalb eines Sprachspiel ist nicht willkürlich. Vielmehr wird dieser Gebrauch von Regeln bestimmt, die uns zum Beispiel angeben, wie wir die Worte verwenden können:

„Eine Sprache, so können wir sagen, ist eine Menge von Tätigkeiten (oder Gepflogenheiten), die durch bestimmte Regeln definiert sind, nämlich die Regeln, die alle die verschiedenen Gebrauchsweisen von Wörtern in der Sprache regieren.“ (Fann 1971, S. 74)

An einem Beispiel aus dem Mathematikunterricht soll im Folgenden die Existenz solcher Regeln im realen Mathematikunterricht verdeutlicht werden. Es werden zudem Unterschiede zwischen solchen Regeln herausgearbeitet und gezeigt, wie diese zumeist implizit genutzten Regeln und die Kenntnis derselben den Begriffsbildungsprozess beeinflussen können.

3. Eine Unterrichtsszene

Die folgende Unterrichtsszene stammt aus dem Mathematikunterricht einer zweiten Klasse einer städtischen Grundschule. In der vorherigen Stunde wurden die Begriffe „Dreieck“, „Viereck“, „Quader“ und „Rechteck“ mittels des Vorlesens einer Geschichte eingeführt. In der vorliegenden, zweiten Stunde der Unterrichtsreihe wiederholt die Lehrerin die Charakteristika (Anzahl der Ecken und Anzahl bzw. Lage der Seiten) dieser Figuren. Nun sollen die Schüler in Gruppenarbeit vorgegebene Figuren auf Geobrettern spannen. In einer Schülergruppe kommt es zu folgendem Gespräch:

Thomas	guck mal, das is n Zweieck. .. das is n Zweieck. (<i>zeigt auf das vor ihm liegende Geobrett, auf dem das Gummiband um zwei Nägel gespannt ist</i>)
S1	ja
S2	das gibts gar nicht. ..
Thomas	n Zweieck-
S1	doch, du hast es grade neu erfunden
S2	<u>genau</u> , du hast es erfunden. .. Thomas hat grad n <u>Zweieck</u> erfunden ..
S	(<i>melodisch</i>) ich kenn nen Zweieck
S2	und jetzt wirts jeder auf der Welt <u>erfahren</u> .

In dieser Unterrichtsszene führt der Schüler Thomas den Begriff „Zweieck“ ein. In Relation zu den bisher eingeführten Begriffen „Dreieck“ und „Viereck“ könnten folgende Regeln ursächlich für die Begriffsbildung (vgl. Winter 1989) gewesen sein:

- Wenn ein Gegenstand n Ecken und n Seiten hat, dann ist es ein N-Eck.
- Wenn bei einem Gegenstand n Ecken und n Seiten vorhanden sind und ein innerer Bereich von einem äußeren Bereich abgrenzt wird, dann ist es ein N-Eck.

Nachdem in der folgenden (dritten) Stunde das Trapez eingeführt wurde, spannen die Schüler vorgegebene Vierecke auf Geobrettern. Während dieser Einzelarbeit sagt Thomas wiederholt: „Ich hab gestern noch n Zweieck erfunden.“ Nach der Einzelarbeit treffen sich die Schüler im Sitzkreis und Thomas konstruiert nach Aufforderung der Lehrerin das Zweieck.

L	wenn man das jetzt zeichnen würde- (<i>hält ein Blatt Papier hoch</i>) stellt euch das mal kurz vor. wie sähe das aus wenn man das zeichnen' das was da jetzt drauf ist .. Stefan
Stefan	einfach nur n Strich.
L	das ist einfach nur n Strich. und ist das dann eine Form? .. kann man das <u>Zweieck</u> nennen'
Ss	nein
L	nein, genau. also ein Zweieck- .. gibt es nicht.
S	(leise) doch
L	<u>doch</u> '
S	ich kenn eins- so in oval und dann die andern Seiten so spitz
L	ja gut äh das könnte man sagen, wenn man das möchte- aber auf unserm Geobrett gibt es <u>kein</u> Zweieck. weil dieses hier (<i>deutet auf die Figur, die Thomas auf dem Geobrett gespannte hatte</i>) wär lediglich eine Linie wenn man das zeichnen würde.

In dieser zweiten Szene versucht die Lehrerin die Existenz des Zweiecks zu widerlegen. Die oben rekonstruierten Regeln behalten dabei ihre Gültigkeit, jedoch gelten sie nun nur für die Analoga der konstruierten Figuren auf dem Geobrett. Entsprechend wechselt die Lehrerin den Kontext: Die

Schüler sollen sich nun nicht mehr mit den Geobrett beschäftigen, sondern mit der hierzu äquivalenten Zeichnung auf einem Blatt Papier.

Der Widerspruch durch den zuletzt sprechenden Schüler kann auf verschiedene Weisen gedeutet werden. Zum Beispiel könnte er der Lehrerin hiermit verdeutlichen wollen, dass auch auf dem Blatt Papier ein Bereich zwischen den „nur übereinander liegenden Linien“ geschaffen werden kann. Auch könnte der Schüler einem möglichen Widerspruch gegen die impliziten Regeln der Zweieckskonstruktion entgegen wirken wollen.

4. Zusammenfassung

Wittgensteins Philosophie des Sprachspiels ermöglicht neue Perspektiven auf die Begriffsbildungsprozesse im Mathematikunterricht. Der in diesem Beitrag thematisierte Regelbegriff verdeutlicht, welchen Einfluss Regeln auf solche Prozesse haben können:

- Regeln können die Bildung von neuen Worten unterstützen,
- Regeln können den Gebrauch von Worten leiten und
- Regeln können helfen, verschiedene Begriffe miteinander zu vernetzen (hinsichtlich des Vernetzens s. Fischer und Malle 1985, S. 189f).

Die Analyse der Unterrichtsszene in diesem Beitrag zeigt weiterhin, dass Begriffsbildung nicht vor dem Hintergrund eines bestimmten Kontextes stattfindet, sondern dass die Kontextbildung stets mit der Begriffsbildung einhergeht. Sprachspiele zu entwickeln bedeutet eben auch, Kontexte zu schaffen, in denen Worte auf bestimmte Weise gebraucht werden können.

In dem weiteren Forschungsprozess wird zunächst versucht, weitere Begriffe aus dem Kontext der Philosophie Wittgensteins (z. B. die Begriffe „Lebensform“ und „Familienähnlichkeit“) für die mathematikdidaktische Diskussion fruchtbar zu machen, um auf dieser Grundlage ein kohärentes Begriffsnetz zur Beschreibung und Rekonstruktion von Begriffsbildungsprozessen zu erhalten.

5. Literatur

- Fann, K. T. (1971): *Die Philosophie Ludwig Wittgensteins*. München: List.
- Fischer, R & Malle, G. (1985): *Mensch und Mathematik*. Mannheim: Bibliogr. Inst.
- Voigt, J. (1984): *Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht*. Weinheim: Beltz.
- Winter, H. (1983): Über die Entfaltung begrifflichen Denkens im Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 3, 175-204.
- Wittgenstein, L. (PU): *Philosophische Untersuchungen*. Werksausgabe Band 1. Frankfurt: Suhrkamp, 1984.