Swetlana NORDHEIMER, Berlin

„Einkleidungen“ als Modell-Vernetzungen im MU

Einkleidungen von Mathematik im Unterricht werden unter Didaktikern häufig eher kritisch betrachtet. Einer der Hauptkritikpunkte der *„Einkleidungen“* ist die vermeintliche Realitätsferne. Im Gegensatz dazu sind *Modellierung* und *Vernetzung* eher positiv belegt und erfreuen sich in den Formulierungen von Lernzielen sich zunehmender Beliebtheit (vgl. Baumert, Stanat, Demmrich 2001). Das Ziel dieses Beitrages ist zu zeigen, dass „Einkleidungen“, aber auch so genannte „Teileinkleidungen“ dennoch Potenzial zur Förderung von Vernetzen und Modellieren haben.

Nicht nur Kritik, sondern auch weniger bekannte konstruktive Vorschläge zum Einsatz von „eingekleideten Aufgaben“ haben in Deutschland eine lange Tradition. So wird in einem Artikel aus den „Deutschen Blättern für den erziehenden Unterricht“ (1889, 287) kritisiert, dass die Einkleidungen in den Schulrechenbüchern erst am Ende von Paragraphen mit den Rechenübungen schon bekannte Zahlen und Rechenoperationen künstlich verpacken. Um das zu vermeiden wird von dem gleichen Autor vorgeschlagen, Sachsituationen oder „Einkleidungen“ an den Anfang der Rechenübungen zu stellen. So sollte das pädagogische Prinzip „vom Konkreten zum Abstrakten“ berücksichtigt werden. Neuere Versuche, die „eingekleidete“ mathematische Aufgaben in der Schule legitimieren, gehen auf Jahnke und Lambert zurück. Den Sinn der „Einkleidungen“ im Mathematikunterricht sieht Jahnke (2001) vor allem in der Veranschaulichung mathematischer Inhalte. Ausgehend davon wird bei Lambert (2006) „Einkleidung“ als Übersetzung in die Sprache der Mathematik vorgestellt, es wird aber auch eine Umkehrung solcher Übersetzungsprozesse angedeutet. Eine solche Übersetzungsfähigkeit wird bei Blum (2009) mit Modellierungskompetenz verbunden. Deshalb ist es nachvollziehbar, dass Lambert zur Legitimation der „Einkleidungsaufgaben“ im Mathematikunterricht verschiedene Modellierungskreisläufe (darunter den von Schupp) heranzieht. Das Modell von Schupp (1988, zitiert in Lambert 2006) dient in dem vorliegenden Beitrag als Ausgangspunkt von Modifikationen zu einem so genannten „Einkleidungskreislauf“. Die entscheidende Modifikation besteht vor allem in der Richtungsänderung des Kreislaufs. So wird beispielsweise bei Hilbert das Konzept der Unendlichkeit auf Situationen mit Hotelzimmern und Bussen übertragen, wie sie in der Realität existieren können. Ausgehend davon wird eine „realitätsfremde“ Situation eines Hotels mit unendlich vielen Zimmern konstruiert. Diese nicht realistische, aber zunächst auch nicht mathematische Situation veranschaulicht Ergebnisse bzw. Erkenntnisse, die anschließend in die Mathematik zurück übersetzt werden.

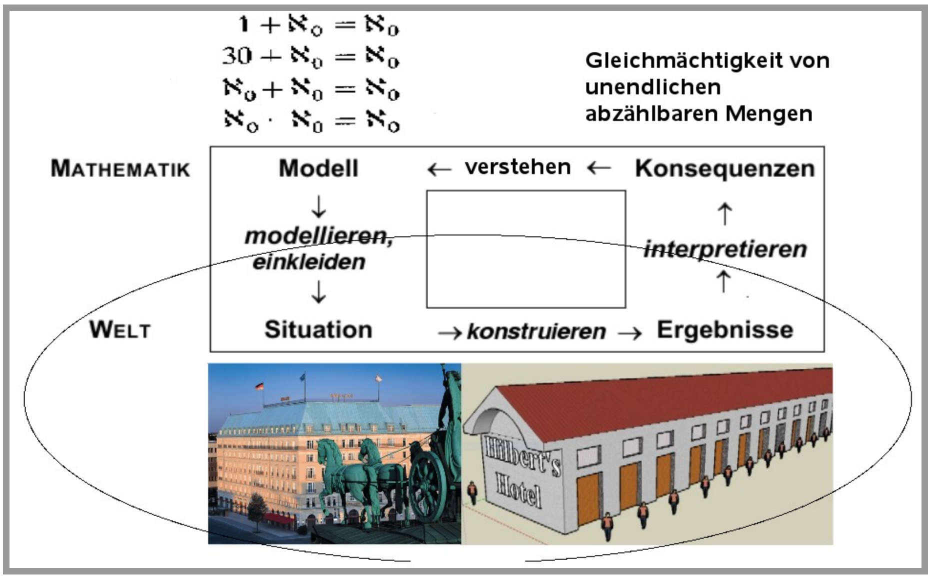

Abbildung 1: „Einkleidungskreislauf"

„Einkleidungen" können darüber hinaus verschiedene mathematische Inhalte miteinander vernetzen, indem sie als Anschauungsräume zwischen den verschiedenen Bereichen (Geometrie, Arithmetik bzw. Algebra) auftreten. Die Funktion der Einkleidungen als Anschauungsräume beim Übergang von einem Bereich der Mathematik zu einem anderen wird beispielsweise bei der Betrachtung von durch Vollrath (2001) für die Sekundarstufe I vorgeschlagenen Themenkreisen deutlich. So sind Einkleidungen in einem Beispiel zum Themenkreis „Kreis Teilen" für die 6. Jahrgangsstufe von Bedeutung. Dort werden Brüche zunächst als „Tortenstückchen" und erst dann als Kreissegmente interpretiert. Eine andere Beispielaufgabe ist der Übergang zur Stochastik, der durch Einkleidung des Kreises als „Glücksrad" erfolgt. Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ausfälle werden dann über Flächenanteile der einzelnen Felder bestimmt.

Wie verschiedene mathematische Bereiche mit Hilfe von Einkleidungen konkret im Unterricht vernetzt werden können, wird im Folgenden anhand von Schülerprodukten beispielhaft beschrieben. Die Sechstklässler eines Gymnasiums in Berlin waren aufgefordert, in Gruppen kapitelübergreifende, vernetzende Aufgaben zu entwickeln. Ohne dass die Schüler explizit zur Einkleidung der Inhalte aufgefordert waren, haben die meisten von ihnen die Aufgaben in außermathematische Situationen eingekleidet. Das aus dem erlebten Mathematikunterricht bekannte Einkleiden wurde von den Schülern als Strategie zur Vernetzung herangezogen. Aus Platzgründen können hier nur zwei Aufgaben vorgestellt werden. Auch die Größe der Bilder ist begrenzt, deshalb wird die nächste handschriftliche Aufgabe im Folgenden verkürzt sinngemäß wiedergegeben.

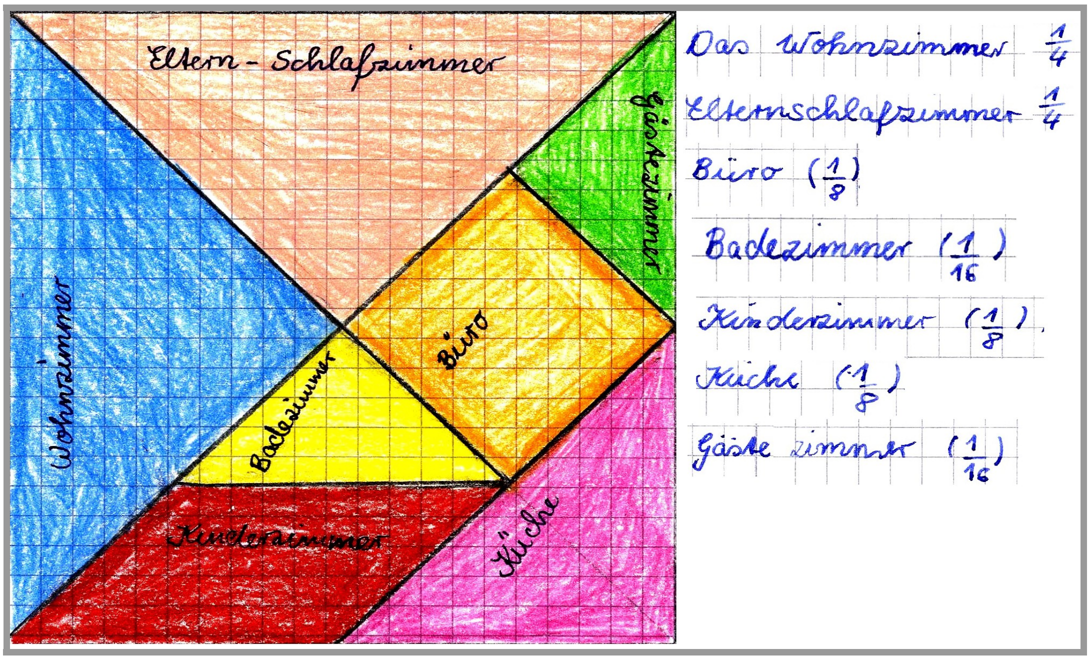

Abbildung 2: „Tangram-Haus“

Die erste Aufgabe (Abb. 2) berichtet von einem Haus, dessen Zimmer verschiedene Anteile an dem gesamten Flächeninhalt haben. Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche beträgt 16 m. Der von den Schülern formulierte Arbeitsauftrag besteht darin, die Flächeninhalte der einzelnen Zimmer zu berechnen. So kommt es zu einer Repräsentation von Brüchen durch inhaltsgleiche geometrische Figuren. Diese werden jedoch nicht rein innermathematisch thematisiert, sondern im Zusammenhang mit den Grundrissen der Zimmer eines Hauses. Somit wird ein Bruch durch verschiedene Zimmer, aber auch durch flächengleiche geometrische Figuren repräsentiert. Beispielsweise repräsentieren Büro, Küche, Kinderzimmer bzw. Parallelogramm, Quadrat und Dreieck ein Achtel. Ein solches Haus kommt in der Realität kaum vor, erleichtert dennoch den Übergang von Geometrie zu Algebra, indem es die Inhalte in den Anschauungsraum der Einkleidung verlagert.

In einer anderen Aufgabe (Abb. 3) verknüpfen Schüler Konzepte aus Geometrie und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Sie fragen sich nach der Wahrscheinlichkeit, dass Franz mit einem Schuss Jens' Raumschiff trifft. Zum Beantworten dieser Frage gehört das Ausrechnen des Anteils des Flächeninhalts des Raumschiffes an dem gesamten Inhalt des Bildschirms. Die Flächeninhalte werden in „Raumschiff“ und in „Bildschirm“ eingekleidet. Solche so genannte „Teileinkleidungen“ unterscheiden sich von denen durch Jahnke (2001) geprägten „Einkleidungen von mathematischen Strukturen“. Andererseits kann die Teileinkleidung „Raumschiff“ nicht nur die Motivation, sondern auch intuitives Verständnisdes Konzeptes des Wahrscheinlichkeitsmaßes als Anteil an einem Flächeninhalt fördern.

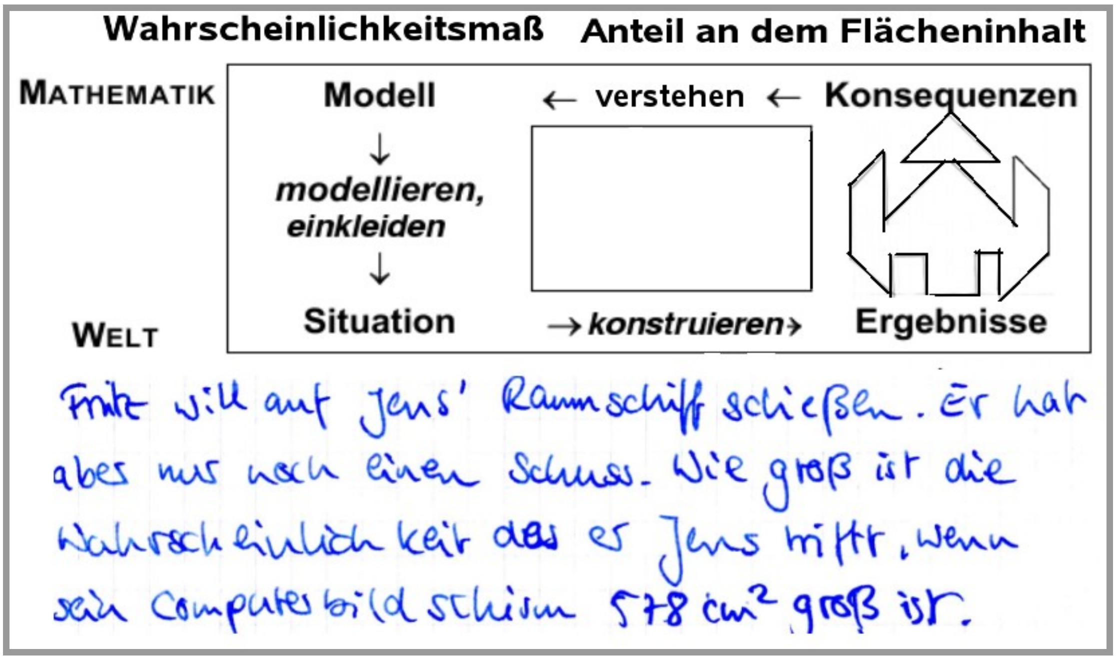

Abbildung 3: „Raumschiff“

Ähnlich wie in den Beispielen von Vollrath ist hier die geometrische Veranschaulichung arithmetischer sowie stochastischer Konzepte von Bedeutung. Der Einsatz von Geometrie zur Veranschaulichung wird durch die Einkleidungen bzw. Teileinkleidungen in außermathematische Situationen unterstützt. Weitere Fragen nach der Funktion von Einkleidungen als Anschauungsräume zwischen mathematischen Bereichen sowie der Teileinkleidungen bei dem Prozess der Ausbildung von Modellierungs- und Vernetzungsfähigkeiten könnten Gegenstand weiterer Forschung sein.

Literatur

Baumert, J., Stanat, P., Demmrich, A. (2001). Theoretische Grundlagen. In: Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), *PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülern und Schülerinnen im internationalen Vergleich* (S. 19 - 33). Opladen: Leske + Budrich

Jahnke, T. (2001): Kleines Aufgabenrevier, Zur Klassifizierung von Aufgaben im at, P., Mathematikunterricht, SINUS Materialien, Potsdam: PLIB

Lambert, A. (2006): Ein Einstieg in die reflektierende Modellbildung mit Produktiven Aufgaben. Fachrichtung 6.1 – Mathematik. Preprint Nr. 174

Vollrath, H.-J. (2001): Themenstränge, Themenkreise und Themenkomplexe im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I, Beitrag zu Modul 5, Würzburg: BLK

Wendt, H. (1889): Die Sachgebiete des Rechnens. In: *Deutsche Blätter für erziehenden Unterricht. Heft 32-36*