Marcus NÜHRENBÖRGER, Dortmund

Einsichtsvolles Mathematiklernen im Kontext von Heterogenität

1. Heterogenität im Mathematikunterricht

Der mathematikdidaktische Diskurs nimmt bereits seit mehreren Jahren die geschlechts-, leistungs- und gerade auch zuletzt vermehrt jahrgangs- und kulturspezifische „Heterogenität im Denken“ von Grundschulkindern in den Blick. Während seitdem die *Besonderheiten* von schwächeren oder stärkeren Schülern Beachtung finden, richtet sich die gegenwärtige Aufmerksamkeit auch der Besonderheit eines jeden Kindes zu: Aus einer vornehmlich individual-konstruktivistischen Sicht auf Lernprozesse wird beispielsweise die *Vielfalt* kindlicher Zugänge, Vorgehensweisen und Denkwege im Lernprozess oder die Vielfalt schulmathematischer Erfahrungen betont, die im Zuge der natürlichen Differenzierung und individuellen Förderung aufgegriffen werden können (vgl. z.B. Schmidt 2004, Selter 2009).

Individuelles und kollektives Lernen

Individuelle Lernprozesse sind zugleich im schulischen Kontext in soziokulturelle eingebettet: Die interaktiven Prozesse schulischen Lernens sind keine Konsequenz methodischer Entscheidungen der Lehrperson, sondern stellen die soziale Konstituente des Mathematiklernens in der Schule dar (vgl. Krummheuer 1992). Während die Erweiterung mathematischen Wissens um neue Fakten – im Sinne relativen Lernens – sicherlich vom einzelnen Kind autonom realisiert werden kann, sind hingegen fundamentale Lernprozesse wesentlich schwerer zu realisieren: Ein solches Beziehungs-Lernen erfordert eine überschreitende Reorganisation/Umdeutung des alten Wissens, um bereits bekannte Lerngegenstände unter einer neuen Perspektive. Dabei stehen die Lernprozesse stets in der Spannung „(...) zwischen einer anfänglich empirischen Deutung elementarer mathematischer Begriffe und einem Verständnis, dass mathematische Begriffe Beziehungen und Strukturen in symbolisierter und operativer Weise verkörpern“ (Steinbring 2000, 45). Wie können aber Kinder fundamental lernen?

Der Anthropologe Tomasello (2009) weist auf die entscheidende Bedeutung der Kommunikation für menschliches Denken hin: Dies ist die dem Menschen ureigene und die das menschliche Lernen entscheidend prägende Fähigkeit, einen gemeinsamen begrifflichen Hintergrund zu schaffen, eine gemeinsame Aufmerksamkeit und eine geteilte Erfahrung zu kommunizieren. Mit anderen Worten: Der Versuch, mit geteilter Intentionalität kooperativ zu kommunizieren, schafft die Grundlage für die Weiterentwicklung des Denkens. Insofern liegt der Anlass für die individuelle Konstruktion neuer mathematischer Beziehungen letztlich in der externen, in der Interaktion ko-konstruierten Anforderung an das Individuum, die eigene Sichtweise auszudifferenzieren.

Insbesondere im frühen Mathematikunterricht sind solche Lernprozesse offensichtlich im Kontext der sozialen Gruppe zu verorten (vgl. auch Miller 2006). Der Diskurs birgt gerade dann ein Potential zur Initiierung fundamentaler Lernfortschritte in sich, wenn ein zwischen den Beteiligten strittiger, die bisherige Deutung irritierender Aspekt des verhandelten Inhalts einen diskursiven Kontext der Entdeckung schafft. Somit rücken die Differenzen zwischen Kindern in ein lernförderliches Licht – sie sind gerade die Voraussetzung dafür, dass Kinder fundamentale Lernprozesse vollziehen: „Einen diskursiven Kontext der Entdeckung zu explorieren bedeutet im Wesentlichen, Differenzen mit dem Ziel zu erkunden, ein gemeinsames Verständnis von Differenzen herzustellen; d.h. einen koordinierten und in diesem Sinne rationalen Dissens zu erzielen“ (Miller 2006, 217).

Einsichtsvolles Mathematiklernen

Aus einer epistemologisch-interaktionistischen Perspektive stellt die Verschiedenheit sinngebender Referenzkontexte zur Interpretation mathematischer Zeichen im Rahmen eines gemeinsamen-ganzheitlichen Aufgabensystems und das Austragen von sich in „Kontrasten konturierender Mehrdeutigkeit“ (Voigt 1990, 308) eine Voraussetzung für einsichtsvolle mathematische Lernprozesse dar. Die individuelle Förderung mathematischen Lernens erscheint somit paradox: Die Vielfalt des Denkens erfordert weniger die Trennung an Aufgaben und Themen hin zu einer scheinbaren vorzuorganisierenden Passung zwischen Kind und Mathematik, sondern vielmehr die *Verknüpfung* der unterschiedlichen Ideen. Kurz gesagt: An einem gemeinsamen Aufgabensystem, das inhaltlich von der mathematischen Grundidee für alle Kinder gleich und ganzheitlich strukturiert ist, können mathematische Beziehungen individuell erkundet und zugleich kollektiv in Beziehung gesetzt werden. Diese Verknüpfung im Kontext der Heterogenität kann einen Rahmen für die Aushandlung von ähnlichen Sichtweisen und Unterschieden sowie für die interaktive Entwicklung unterschiedlicher, zunehmend differenzierter und allgemeiner werdender Deutungsweisen auf mathematische Strukturen schaffen (vgl. Steinbring 2000).

Somit schafft Heterogenität eine Garantie für unterschiedliche Sichtweisen, eine Grundlage für die Konstruktion von Differenzen und ein Potential für kooperative Kommunikation und fundamentales Lernen. Gleichwohl können diskursiv-heterogene Lernprozesse blockiert werden, wenn etwa voreilig zwischen den Kindern ein Konsens erzielt, einer Strittigkeit aus dem Weg gegangen oder einer bestimmten Meinung vorschnell gefolgt wird.

2. Forschungskontext

Im Rahmen des gemeinsam mit Ralph Schwarzkopf geplanten Forschungsprojektes „Deutungs- und Argumentationsprozesse bei der Behandlung substantieller Aufgabenformate im Mathematikunterricht der Grundschule" (DARUM) werden auf der einen Seite die zwei Dimensionen mathematischen Lernens – individuell-konstruktiv und kooperativ-kommunikativ – konsequent bei der Gestaltung anregender Unterrichtssequenzen reflektiert. Auf der anderen Seite werden sie im Hinblick typischer Charakteristika gemeinsamer Wissenskonstruktionsprozesse über differente Deutungen und Begründungen analysiert. Es wird u.a. folgender Frage nachgegangen: Inwiefern stellen verschiedene Deutungen, die im Zuge kooperativer Interaktionen generiert werden, eine Chance für ein Mathematiklernen dar, das auch Einsichten in Beziehungen und Strukturen umfasst?

Dazu werden Schülerpaare über vier Schuljahre im Kontext der diskursiven Auseinandersetzung mit anregenden produktiven Übungen zu vier Aufgabenformaten begleitet. Diese vier Aufgabenformate werden jedes Schuljahr von den am Projekt mitwirkenden Lehrpersonen auf neue Weise durchgeführt und fokussieren auf Beziehungsgleichheiten zwischen arithmetischen Termen bzw. zwischen Größen in Sachzusammenhängen. Die Lernumgebungen werden im Rahmen von Bachelor- und Masterarbeiten mit Studierenden entwickelt und durchgeführt.

3. Charakteristika mathematischer Wissenskonstruktionen

Erste Analysen der diskursiven Wissenskonstruktionen der Kinder weisen darauf hin, dass sich diese nicht unbedingt kommunikativ-kooperativ auf einer gemeinsamen Verstehensbasis entwickeln. Vielmehr entwickeln manche Kinder durch den Diskurs, dessen Aufmerksamkeit im Sinne Tomasellos (2009) auf die Differenz zwischen den gemeinsamen mathematischen Erfahrungen und den Deutungen gemeinsam genutzter mathematischer Zeichen abzielt, eine Klärung und Ausdifferenzierung der eigenen Sichtweise, ohne dass diese unbedingt mit der Sichtweise des Partners verknüpft sein muss.

Die ersten Analysen, die im Zuge der Pilotierung der Lernumgebungen im Rahmen von Bachelor- und Masterarbeiten gewonnen werden können, weisen auf einige Charakteristika mathematischer Wissenskonstruktionen im diskursiven Kontext der Entdeckung hin, die fundamentale Lernprozesse beim einzelnen Schüler auslösen können:

- *parallele Deutungen*: Die Schüler deuten gemeinsam genutzte mathematische Zeichen mit Bezug auf unterschiedliche Referenzkontexte. Sie verständigen sich zwar auf der interaktiven Ebene, entwickeln aber auf mathematischer Ebene parallele Wissenskonstruktionen.
- *mehrere Deutungen*: Die Schüler entwickeln zu mathematischen Darstellungen und Zeichen verschiedene Sichtweisen. Die Entwicklung des individuellen Verstehens ruht auf dem bewussten Mehr-Sehen mathematischer Relationen in anderen Kontexten, so dass eigene Referenzkontexte ausdifferenziert werden.
- *Widersprüche*: Die Schüler deuten Aufgabenvorschriften so um, dass sie Widersprüche konstruieren. Wissen entsteht im Kontrast zweier Referenzkontexte: der eine zerstört die mathematische Beziehung, der andere erfährt gerade dadurch seine Passung.
- *Irritationen*: Die Schüler gehen fehlerhaft oder unterschiedlich vor. Die reflektive Auseinandersetzung führt zu einer Umdeutung der Ideen. Diese Irritation eines Referenzkontextes führt dazu, dass ein anderer hinzugezogen, ein Standpunktwechsel vollzogen wird. Dies muss nicht allein eine Erweiterung, sondern kann auch eine Veränderung des alten Referenzkontextes bewirken, der zu einer strukturell erweiterten Umdeutung der mathematischen Zeichen führt.

Das Projekt wird solche Charakteristika mathematischer Wissenskonstruktionen fallbezogen präzisieren und die Spannung zwischen empirischen, an konkreten Eigenschaften von Objekten gebundenen Zugängen und stärker strukturell auf die mathematischen Beziehungen zwischen den Objekten abzielenden Verstehens- und Verständigungsprozesse reflektieren.

Literatur

Krummheuer, G. (1992). *Lernen mit Format*. Weinheim: dsv.

Miller, M. (2006). *Dissens*. Hamburg: transcript.

Schmidt, S. (2004). Was können Kinder am Schulanfang mathematisch wissen? In P. Scherer & D. Bönig (Eds.), *Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern* (pp. 14-25). Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule.

Selter, C. (2009). Jedes Kind kann mathematisch forschen. In T. Leuders et al. (Eds.), *Mathemagische Momente* (pp. 176-189). Berlin: Cornelsen.

Steinbring, H. (2000). Mathematische Bedeutung als eine soziale Konstruktion. *Journal für Mathematikdidaktik, 21*(1), 28-49.

Tomasello, M. (2009). *Die Ursprünge der menschlichen Kommunikation*. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Voigt, Jörg (1990). Mehrdeutigkeit als wesentliches Element der Unterrichtskultur. *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker, 305-308.