

Benjamin ROTT, IDMP Hannover

Empirisch begründete Phasen in den Problemlöseprozessen von Fünftklässlern

Die Relevanz des Problemlösens – insb. für den Mathematikunterricht – ist unbestritten. In den KMK Bildungsstandards gehört die Fähigkeit, Probleme zu lösen, zu den prozessbezogenen Kompetenzen, die „Schüler [...] im Mathematikunterricht erwerben sollen“ (S. 7); nach Winter gehört der Erwerb von Problemlösefähigkeiten zu den drei Grunderfahrungen, die den allgemeinbildenden Charakter des Mathematikunterrichts legitimieren.

Als *Problem* soll im Sinne Dörners (1979, S. 10) eine Aufgabe verstanden werden, die ihrem Bearbeiter eine personenspezifische Barriere entgeg setzt, für die also keine Schemata (Algorithmen) vorliegen.

Den unbestreitbar größten Einfluss auf das Problemlösen aus Sicht der Mathematikdidaktik hat bis heute Polya (1949) „Schule des Denkens“ – einerseits wegen der dort beschriebenen Heurismen, „Methoden und Regeln von Entdeckung und Erfindung“ (S. 118); andererseits wegen seiner Strategiehinweise, die in (fast) allen Artikeln und Lehrbüchern zum Problemlösen referiert werden (z.B. Heinze, 2007).

Polya selbst (S. 18 f.) spricht von „vier Phasen bei der Arbeit“ an einer Aufgabe und ordnet ihnen unterschiedliche Heurismen zu:

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| (1) Verstehen der Aufgaben | (3) Ausführen des Planes |
| (2) Ausdenken eines Planes | (4) Rückschau |

Forschungsfragen

Auch wenn das Phasenmodell von Polya oft als lineares Modell gedeutet wird, ist es in m. E. nicht *deskriptiv*, sondern *normativ* zu verstehen und – wenn überhaupt – nur zur Beschreibung „idealer“ Problemlöseprozesse geeignet. Wie aber verläuft Problemlösen (-lernen) von SchülerInnen zu Beginn der Sekundarstufe?¹ Hierzu bedarf es weiterer Grundlagenforschung, wie Heinze (2007, S. 15) zusammen fasst:

„Die Schwierigkeiten bei der Ausarbeitung von Fördermaßnahmen für die mathematische Problemlösekompetenz gehen sicherlich auch auf Defizite der Forschung zur Entwicklung der mathematischen Problemlösefähigkeit (individuell und im Mathematikunterricht) zurück. Es gibt bisher keine elaborierten Theorien zur Entwicklung dieser Fähigkeit (insbesondere im Rahmen der sozialen Interaktion des Unterrichtsgeschehens).“

Vor diesem Hintergrund widme ich mich folgenden Fragestellungen:

¹ An dieser Frage arbeitet auch Walzebug (in diesem Band).

- Wie verlaufen die Problembearbeitungsprozesse von Fünftklässlern?
- Eignet sich das Schema von Polya zur Beschreibung tatsächlicher Problembearbeitungsprozesse?
- Welche Phasen treten in welcher Reihenfolge auf?
- Inwiefern spielen heuristische Elemente eine Rolle in den Problembearbeitungsprozessen der Schüler?
- Welche Heuristiken werden dabei besonders häufig eingesetzt? Welche erweisen sich als besonders hilfreich für die Problemlöser?
- Lassen sich Erfolg / Misserfolg mit diesen Betrachtungen erklären?

Die Studie – das Projekt MALU

Zur Beantwortung der oben gestellten (und anderen) Fragen dienen uns Videoaufnahmen, die im Rahmen der „Mathe AG an der Leibniz Universität“ gewonnen werden. Bei MALU handelt es sich um ein seit Nov. 2008 laufendes Enrichment-Projekt, bei dem interessierte Fünftklässler verschiedener Gymnasien für je ein Schulhalbjahr wöchentlich an die Universität Hannover kommen. An diesen Nachmittagen arbeiten die SchülerInnen etwa die Hälfte der 90 Minuten in Paaren an Problemaufgaben.

Zusätzlich wurden sog. „Schüler-Experten“, Schulsieger beim *Känguru*-Wettbewerb und Teilnehmer der Landesrunde der *Mathematik-Olympiade* (für 5./6. die Endrunde), bei der Bearbeitung bestimmter Aufgaben gefilmt.

Die von uns verwendeten Problemaufgaben stammen aus mehreren mathematischen Stoffgebieten und ermöglichen verschiedene heuristische Zugänge. Zur Auswahl siehe Lange (2009).²

Forschungsmethode

Nachdem verschiedene Methoden zur Auswertung von Videomaterial in Erwägung gezogen und teilweise ausprobiert worden waren, fiel meine Wahl auf das Verfahren zur *Protocol Analysis* von Schoenfeld (1985, Kap. 9). Schoenfeld teilt die Prozesse anhand der Videos in makroskopische Stücke, sog. *Episoden*: „periods of time during which problem solvers are engaged in a particular activity“ (Schoenfeld, 1992, S. 189).

Nachdem ein Prozess unterteilt wurde, werden die Episoden charakterisiert, wobei es bei Schoenfeld sechs verschiedene Typen von Episoden gibt: *Reading, Analysis, Exploration, Planning, Implementation* und *Verification*. Dabei lassen sich diese Episodentypen den vier Polya'schen Phasen zuordnen (vgl. Abb. 1).

² Als Beispiel sei hier (nicht in der Form, wie wir sie den Kindern präsentieren) folgende Aufgabe genannt: „Wie viele Quadrate befinden sich auf einem Schachbrett?“

Wie die „Definition“ dessen, was eine Episode sei, vielleicht schon deutlich macht, bleiben die Ausführungen von Schoenfeld an vielen Stellen vage und sind nicht gut operationalisiert. Es hat fast ein Jahr der Einarbeitung (und zwei Bachelor- sowie eine Masterarbeit) gebraucht, bis unser Kodierhandbuch mit genaueren Beschreibungen der Episodentypen und

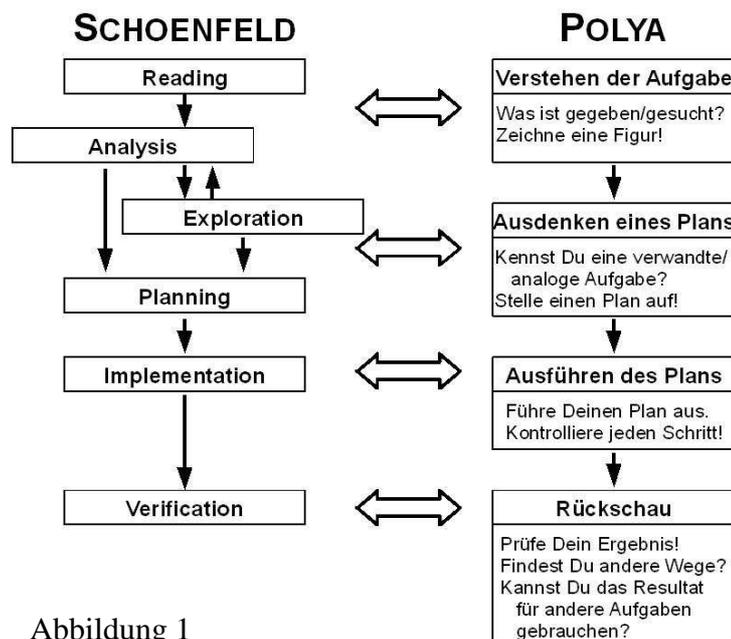


Abbildung 1

Beispielen aus Transkripten ausgeschärft war. Ein wichtiger Schritt auf dem Weg hierzu war die Erkenntnis, wie stark die Episoden auf den Phasen Polyas aufbauen; Schoenfeld schreibt dies nicht explizit in seinem Manual, es wird aber deutlich, wenn man andere Teile seines Buches hinzu zieht (1985, Preface und Kap. 4; vgl. Abb. 1). Mittlerweile sind wir zufrieden mit den Übereinstimmungen zwischen unseren und den von Schoenfeld veröffentlichten Einteilungen sowie der Interrater-Reliabilität zwischen den Kodierern in Hannover.

Erste Ergebnisse

Zum jetzigen Zeitpunkt wurde ein Großteil der Prozesse gesichtet, eine Aufgabe (14 Prozesse) wurde über alle bisherigen MALU-Gruppen mit der Schoenfeld-Methode ausgewertet und erste Ergebnisse zeichnen sich ab:

In Übereinstimmung mit der Literatur (vgl. Tietze, Klika & Wolpers, 1997, Kap. 3) tritt bei unseren Kindern die Rückschau im Sinne Polyas nur äußerst selten auf und ein Großteil der nicht zum Erfolg führenden Prozesse scheitert schon am Verstehen der Aufgabe. Letztere Beobachtung passt zu den Beschreibungen Schoenfelds (1985, Kap. 9), dass erfolglose Problemlöser wegen fehlender Selbstregulation einen einmal gewählten Lösungsansatz weiter verfolgen, ohne zum *Reading* oder zur *Analysis* zurück zu kehren, auch wenn dies angebracht wäre.

Zusätzlich zu den sechs von Schoenfeld beschriebenen Episodentypen konnten bei unseren Fünftklässlern zwei weitere Arten „konsistenten Verhaltens über eine bestimmte Zeitspanne“ identifiziert werden:

- (1) *Schreiben*, Phasen, in denen die Probanden ihre (bisherigen) Erkenntnisse zusammen fassen, ohne inhaltlich weiter zu arbeiten, und
- (2) *Abschweifung*, Zeitspannen in denen bei den Probanden kein aufgabenbezogenes Verhalten sichtbar ist.

Diskussion und Ausblick

Neben der Auswertung von mehr Prozessen durch Einteilung in Episoden sind weitere Auswertungsschritte geplant: Codierung der Videos in Bezug auf (a) Selbstregulation und (b) den Einsatz von Heuristiken. Die Wichtigkeit von (a) hat u.a. Schoenfeld in seinen Untersuchungen bereits herausgearbeitet, leider müssen seine Ausführungen auch hier noch weiter operationalisiert werden. Zu (b) gibt es schon Arbeiten, die sich allerdings größtenteils auf die Auswertung der *Produkte* (Tests) konzentrieren (z.B. Collet, 2009); m. E. könnte die Untersuchung von *Prozessen* in diesem Zusammenhang sehr interessant sein.

Des Weiteren erscheint es lohnend, einzelne Episoden herauszugreifen und tiefer gehend auszuwerten. *Analysis* und *Exploration* bieten sich hier an, da in ihnen der meiste Heuristikeinsatz zu erwarten ist. Aber auch die *Abschweifung* birgt Potential: Lassen sich hier eventuell *Inkubation* und *Illumination* im Sinne Poincarés (1914) und Hadamards (1945) feststellen?

Literatur

- Collet, C. (2009): *Förderung von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation – Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen*. Münster: Waxmann.
- Hadamard, J. (1945): *The psychology of invention in the mathematical field*. Princeton University Press. Unveränderter Nachdruck von 1954.
- Heinze, Aiso (2007): Problemlösen im mathematischen und außermathematischen Kontext. In: *JMD, Heft 1 2007*, Jg 28, S. 3 – 30.
- KMK (2003): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mitt. Schulabschluss*.
- Lange, D. (2009): Auswahl von Aufgaben für eine explorative Studie zum Problemlösen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009*. Münster: WTM Verlag.
- Polya, G. (1949): *Schule des Denkens*. Tübingen: Francke.
- Poincaré, H. (1914): *Wissenschaft und Methode*. Berlin: Teubner.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press, Inc
- Schoenfeld, A. H. (1992). On Paradigms and Methods: What Do You Do When the Ones You Know Don't Do What You Want Them To? Issues in the Analysis of Data in the Form of Videotapes. In: *The Journal of the Learning Sciences*, 2 , 179-214.
- Tietze, U.-W.; Klika, M.; Wolpers, H. (1997): *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II – Band 1*. Braunschweig: Vieweg. 2. durchgesehene Auflage, 2000.
- Walzebug, C. (2010): Math. Problemlöseprozesse von 6. Klässlern. In: *BzMU 2010*.