

Georg SCHIERSCHER, Schaan/LI

## Die Null – das Rad der Mathematik?

### Übersicht

- Vorbemerkung
- ZAHL als umfassendes Thema
- Kulturfluss von Osten nach Westen
- Die Null – Zwillings der Unendlichkeit
- Zusammenfassung

(Die Kurzfassung des Vortrages erfolgt hier umständehalber nur sehr rudimentär und vorwiegend plakativ. Es sei auf den Abriss im Programmbuch der GDM 2010 und vor allem auf die Literaturliste verwiesen.)

### 1. Vorbemerkung

Zero als Bezeichnung für ungesüsste Säfte, „schwarze Null“ oder gar „rote Null“ bei Bilanzen kriselnder Geschäfte, Schuldenuhr in New York, der die Nullen ausgehen, um die Staatsverschuldung der USA anzuzeigen; Billionen für Boni und Verluste! Nichts Einfacheres und Selbstverständlicheres als Zahlen? Nein, warnt Richard Dedekind, da „manche, eigentlich sehr zusammengesetzte Begriffe (wie z. B. der der Anzahl von Dingen) fälschlich für einfach gelten“.

### 2. ZAHL als umfassendes Thema

„Die ganze Welt ist Harmonie und Zahl.“ Oder kurz: „Alles ist Zahl.“ (Pythagoreer)

Zählen – reihen – bündeln

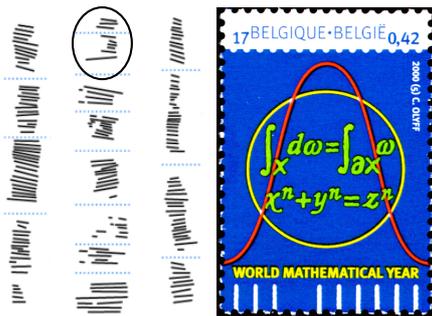


Briefmarke aus der Serie „Die zehn mathematischen Formeln, die das Antlitz der Erde verändert haben“ (Nicaragua 1971).

„So elementar sie ist, hat diese Gleichung  $[1+1=2]$  unermessliche Konsequenzen für den frühen Menschen gehabt, denn sie bildet die Grundlage des Zählens. Ohne Zahlverständnis konnten Menschen nur in rudimentären Begriffen miteinander verkehren; sie hatten weder ein exaktes Mass für die Anzahl der Schafe oder Kühe, die sie besitzen, noch dafür, wie viele Leute

zu ihrem Stamm zählen. Die Entdeckung des Zählens führte direkt zur schnellen Entwicklung des Handelns und später zur wichtigen Wissenschaft des Messens.“ (Übersetzung des auf der Rückseite der Briefmarke abgedruckten spanischen Textes.)

Im Laufe der Geschichte wurden viele Techniken des Zählens entwickelt: Kerbungen in Knochen und Holz, Knoten (z. B. das Quipu der Inkas), Fingerzahlen (5er-Bündelung per Hand, 10er-Bündelung mit beiden Händen, 20er-Bündelung mittels der Hände und Zehen) u.a.



Aus Anlass des WORLD MATHEMATICAL YEAR 2000 erschienene belgische Briefmarke, an deren unteren Rand ein Muster mit acht (3+5) Kerbungen – siehe Umrandung in der linken Abb. - aus dem berühmten, mindestens 10'000 Jahre alten Ishango-Knochen aus Belgisch-Kongo abgebildet ist.

### Beugung und Dreigeschlechtigkeit

Die Die frühen Menschen kannten nur 1, 2, 3, (4), dann viele. Diese Zahlwörter waren Eigenschaftswörter (Adjektive) wie z. B. klein, farbig, schön. Was ist davon geblieben? In unserer Schriftsprache unterliegt nur noch die Eins der Beugung und Dreigeschlechtigkeit. Die Null hat dies wegen ihres relativ jungen Alters nicht mitgemacht; sie erscheint dementsprechend auch nicht in der Bibel.

### Loslösung von den Dingen

Die Loslösung der Zählreihe von den gezählten Dingen hat dem Menscheng Geist grosse Mühe bereitet, aber auch der Umstand, dass null zu keinem Ding gehört, sondern zur Leere, zum Nichts. Eine Leistung unserer Zählreihe ist ihre Unabhängigkeit von den Dingen. Unsere Zahlen wurden dadurch selbst zu Objekten: eine folgenreiche Abstraktion!

### 3. Kulturfluss von Osten nach Westen

Das Positionsprinzip und der Begriff der Null waren in Indien schon im 5. Jh. n. Chr. bekannt. Unser Ziffernsystem geht mindestens auf diese Zeit zurück. Es gilt zu beachten, dass z. B. in der babylonischen Zahlschrift (ab dem 2. Jh. v. Chr.) die Null „nur“ als Fehlzeichen, nicht aber als Zahl auftritt.

Griechisches, persisches und indisches Kulturgut wurde in Bagdad übersetzt und in jener Gegend mitunter weiterentwickelt. Von dort wurde es von den Arabern als Vermittler nach Westen gebracht, wo es sich in lateinischen Übersetzungen allmählich im Abendland verbreitete. Wenigstens zwei bedeutende, auch in der Schulmathematik bekannte Namen aus dieser Zeit seien in diesem Zusammenhang erwähnt: Al-Chwarizmi (etwa 780-850) verfasste die Schrift „De numero Indorum“, der Mönch Gerbert von Aurillac (ca. 945-1003) verwendete als späterer Papst Sylvester II. bei seinem Klosterabakus Rechensteine, die – zwar sinnwidrigerweise – oben mit indischen Ziffern inkl. der Null versehen waren.



Der Codex Vigilanus von 976 – er wurde von einem Mönche namens Vigila in Nordspanien kopiert - ist die erste bekannte europäische Handschrift, in der man die neuen Ziffern indischen Ursprungs antrifft. Sie kommen auf der Briefmarke zum Internationalen Mathematikerkongress in Madrid 2006 als Motiv zu Ehren.

Seit 713 sassen die Araber in Spanien. 976 wurde in Cordoba die erste westliche Hochschule gegründet: Es wurde zum westarabischen Kulturzentrum, hinkte aber Bagdad zwei bis drei Jahrhunderte hinterher. Dementsprechend traf auch die indische Null mit Verspätung ein.

Im Mittelalter verhalfen besonders Fibonacci (ca. 1180-ca. 1250) und später die Rechenmeister, allen voran Adam Ries (1492-1559), den indischen Ziffern zu Geltung. Hindernisse für deren Verbreitung gab es viele: Nutzungsverbote wegen Angst vor Fälschungen (0 statt 6, 0 statt 9), Papiermangel, Verwurzelung mit den römischen Zahlen und dem vertrauten Abakus, gedankliche Schwierigkeit mit der Null. Sie war von wenigen verehrt, von vielen aber als Teufelswerk gehalten oder zumindest verspottet. Aus der Ablehnung heraus kam sie auch zu ihrem Namen: nulla figura, lat., kurz: nulla, zu Deutsch: null.

#### 4. Die Null – Zwilling der Unendlichkeit

Die meisten Paradoxien oder gar Widersprüche erwachsen aus dem mathematischen Unendlich!

Was ist beispielsweise  $1:0$ ,  $0:0$  und etwa  $0$  hoch  $0$ ? Zu  $1:0$  schreibt Leonhard Euler: „[...] Denn da  $1:0$  eine unendlich grosse Zahl bedeutet, und  $2:0$  unstreitig zweimal so gross ist, so ist klar, dass auch

WORLD MATHEMATICAL YEAR 2000				
$0+0$	$0-0$	$0\cdot 0$	$0/0$	$0^0$
$0+1$	$0-1$	$0\cdot 1$	$0/1$	$0^1$
$0+\infty$	$0-\infty$	$0\cdot \infty$	$0/\infty$	$0^\infty$
$1+0$	$1-0$	$1\cdot 0$	$1/0$	$1^0$
$1+1$	$1-1$	$1\cdot 1$	$1/1$	$1^1$
$1+\infty$	$1-\infty$	$1\cdot \infty$	$1/\infty$	$1^\infty$
$\infty+0$	$\infty-0$	$\infty\cdot 0$	$\infty/0$	$\infty^0$
$\infty+1$	$\infty-1$	$\infty\cdot 1$	$\infty/1$	$\infty^1$
$\infty+\infty$	$\infty-\infty$	$\infty\cdot \infty$	$\infty/\infty$	$\infty^\infty$
MUCH MATH				

eine unendlich grosse Zahl noch 2 mal grösser werden kann.“ (Vollständige Anleitung zur Algebra. Seite 41)

Man teste sein CAS bez. der Terme wie  $1:0$ ,  $0:0$ ,  $\infty:\infty$ ,  $1:\infty$ ,  $0$  hoch  $0$ . Maple liefert zu Letzterem den Wert 1 (obwohl  $f(x,y)=x$  hoch  $y$  nicht stetig nach  $(0,0)$  hinein fortsetzbar ist)!

John Wallis (1616-1703) verteidigt in seiner *mathesis universalis* (1657) das Anrecht der Eins, eine wirkliche Zahl zu sein, schreibt aber: „Nullum non est numerus“ – die Null ist keine Zahl (1697)! Der Null ist es noch viel schlimmer ergangen als der Eins: Sie musste bis zum Ende des 17. Jh. auf ihre endgültige Anerkennung warten.

## 5. Zusammenfassung

Die indischen Mathematiker brachten die Null und die Zahlen einander näher und veränderten unser Verständnis der Zahlen selbst. Dies war ihre „ganz eigene und grossartigste Errungenschaft“.

Die indischen Ziffern sind heute zur einzigen Zahlschrift der grossen Völker geworden. „Sie und nur sie haben es dem Menschen ermöglicht, seine Rechenfertigkeit ins Ungeahnte zu steigern und die Welt – im Guten und im Bösen – der Zahl untertan zu machen.“ (Menninger, S. 240)

Nach Alfred N. Whitehead (1861-1947) ist die Null „in gewisser Weise die zivilisierteste aller Kardinalzahlen, und nur die ausgeklügelten Formen des Denkens zwingen uns, sie zu verwenden“.

## Literatur

Dekind, R. (1969). Was sind und was sollen die Zahlen? Stetigkeit und Irrationale Zahlen. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn.

Holenstein, E. (2004). Philosophie-Atlas. Orte und Wege des Denkens. Zürich: Ammann.

Ifrah, G. (1993). Universalgeschichte der Zahlen. Frankfurt/Main: Campus.

(Zu kritischen Stellungnahmen zur Geschichte der Zahlen, speziell zu diesem Werk siehe Bulletin APMEP n° 398. Avril – Mai 1995. (S. 531-551) und Bulletin APMEP n° 399. Juin 1995. (S. 675-685). Den Hinweis verdanke ich Prof. Fritz Schweiger.)

Kaplan, R. (2006). Die Geschichte der Null. München u. Zürich: Piper.

Menninger, K. (1958). Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht. 2 Bände.

Seife, C. (2002). Zwilling der Unendlichkeit. Eine Biographie der Zahl Null. München: Goldmann.

Wussing, H. (2008). 6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise – 1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton. Band 1.