

Sandra THOM, Oldenburg

Der ‚mathematische Geist‘ als Wirkkraft entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht Maria Montessoris

In der Berufung auf Blaise Pascal bezeichnete Montessori den menschlichen Geist als einen von Natur aus mathematischen, der sich durch Genauigkeit, Ordnung und Vergleich auszeichne.

Bislang wurde der mathematische Geist auf seine Funktion für die durch die bekannten Sinnesmaterialien möglichen Begriffsbildungsprozesse in der frühen Kindheit begrenzt oder in einer Verkürzung von ‚Mathematik‘ als ‚Umgang mit Zahlen‘ gar dem ‚Zahlensinn‘ Dehaenes gleichgesetzt. Dabei gibt es Anhaltspunkte für die Wirksamkeit des mathematischen Geistes auch für das Lernen von Mathematik in der Grundschule und damit für seine Bedeutung für die Konstruktion von Lernumgebungen für Kinder.

Unter Berücksichtigung der wenigen Erläuterungen Montessoris zum Inhalt und Umfang des Begriffs, seiner Begriffsgenese aus den Werken Pascals sowie der Untersuchung des Montessori-Materials als ‚materialisierte Denkergebnisse‘ (Klix) und damit als Überrestquelle im historisch-hermeneutischen Sinn kann der mathematische Geist als konstitutiv für die Konzeption des Mathematikunterrichts Montessoris herausgestellt werden. Exemplarisch werden nachfolgend Tätigkeiten des Ordnen und vor allem des Vergleichens herausgestellt. Dabei zeigt es sich, dass der mathematische Geist vor allem im Zusammenhang mit der Organisation der kognitiven Struktur (Schema), insbesondere der Abstraktion, seine Wirkung entfaltet: Wie von Peschek vor Jahrzehnten für die Grundschule angemahnt, *folgt* bei Montessori empirische Abstraktion der theoretischen Abstraktion in Folge von Handlungen an Material als ‚materialisierter Abstraktion‘.

Operative Zusammenhänge erkennen

Durch grundsätzliche Handlungsorientierung können operative Zusammenhänge in besonderer Weise hergestellt werden. Die hiermit verbundene Flexibilität dient dem Erwerb heuristischer Strategien und damit der Ablösung von zählendem Rechnen wie vom konkreten Material generell. In diesem Zusammenhang ist aber vor allem das Ziel des Mathematikunterrichts Montessoris zu betonen, das im allgemeinbildenden Sinne im Aufbau von *Verständnis* besteht. Hierzu wird u.a. durch (auch operative) Zusammenhängen eine grundlegende Ordnung angelegt, wozu auch die Geschichten aus der Geschichte der Mathematik beitragen, wie von der Autorin dieses Beitrages bereits früher postuliert (Heckmann (2007)).

Muster erkennen und fortsetzen

Daneben umfasst der mathematische Geist die so benannte ‚visuelle Strukturierungsfähigkeit‘ (Söbbeke) bzw. den ‚Struktursinn‘ (Lüken) als vornehmlich auf gestalt- bzw. wahrnehmungspsychologischer Grundlage untersuchte und Kindern offensichtlich inhärente Fähigkeit zum Erkennen von Mustern als algebraischer Propädeutik. Diese Fähigkeit wird bei Montessori in hierfür sensiblen Phasen früh und weitreichend genutzt, wie zwei Beispiele in aller Kürze illustrieren sollen:

1. Das Stellenwertsystem wird in seiner genialen Einfachheit als Muster (z.B. mit dem Goldenem Perlenmaterial) dargestellt. Möglichkeiten zu seiner Fortsetzung ergeben sich einerseits aus der theoretischen Abstraktion durch die Handlung des Bündelns und Entbündelns sowie aus der empirischen Abstraktion durch Betrachtung der geometrischen Körper und/oder der bekannten Farbgebung für die einzelnen Stufenzahlen.

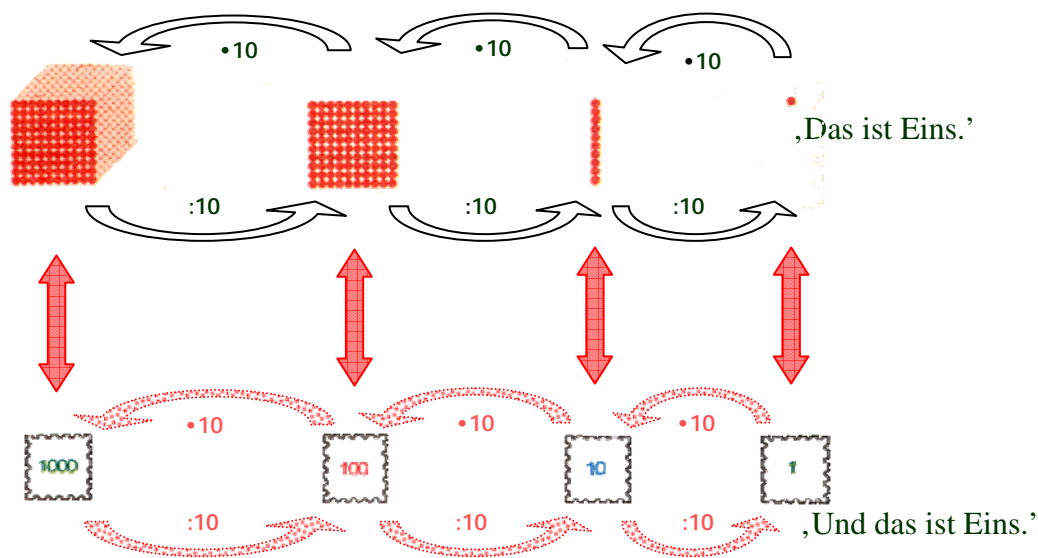
2. Die Reihe der natürlichen Zahlen wird mit heterogenem Material durch lineares Zählen bereits frühzeitig im Vertrauen auf die kindliche Fähigkeit zur Erkenntnis eingeführt, die sich hier im Erkennen und Fortsetzen des elementaren arithmetischen ‚Musters‘ zeigt:

„Es passierte auf einer Montessorischule, im Kindergarten. Man läßt die Kinder da in einem gewissen Stadium auf eine lange Rolle untereinander die Zahlen schreiben: 1, 2, ..., 10, 11. Nach 19 muß die Lehrerin vielleicht helfen, nach 29 vielleicht wieder, nach 39 geht es vielleicht schon von selber, nach 99 ist vielleicht wieder Hilfe nötig. Das Mädchen, das ich meine, ging ganz in dieser Tätigkeit auf. Es mußten immer wieder neue Rollen an die alte geklebt werden. Am dritten Tage überschritt sie die 1000. Bei 1024 streikte sie. „Es geht ja immer so weiter“, sagte sie. Das Spiel war aus. [...] Das Kind hat die Unendlichkeit entdeckt, und das ist das Alpha und Omega der Mathematik.“ (Freudenthal (1973) 161)

In Analogien denken

Erkenntnisse aus Kognitionspsychologie und Kybernetik eröffnen bei Betrachtung des menschlichen Geistes als ‚Mustererkennungsorgan‘ Möglichkeiten zu einem Verständnis von Mustererkennung jenseits wahrnehmungs- bzw. gestaltpsychologischer Fähigkeiten: Als „core of human cognition“ (Holyoak / Gentner / Kokinov (2001) 2) ist analoges Denken *mehr* als eine mathematische Denkweise bzw. betrachtet man sie als solche, offenbart sich eine in der Geschichte von der griechischen Antike bis hin zur Wissenschaftlichen Revolution der Frühneuzeit nur in Nuancen sich unterscheidende Auffassung von Mathematik als ein wesentliches, *das* Mittel zur Erkenntnis und Beschreibung der Welt.

Diese Fähigkeit des menschlichen Geistes zum Analogisieren und damit eine eindeutig kognitionspsychologische Bedeutung wird von Montessori an zentralen Stellen ihres Konzepts genutzt. Am Beispiel der Analogiebrücken (Thom (2009) 191ff.) wird seine basale Bedeutung für ihr Konzept in besonderer Weise deutlich, denn mit seiner Hilfe kann Abstraktion erfolgen: Studien zeigen, dass der intra- wie auch der intermodale Transfer, die zur Abstraktion als Ablösung vom konkreten Material als exemplarischer Repräsentation notwendig sind, eine hohe kognitive Leistung von Kindern darstellen. Um einen solchen Transfer *allen* Kindern unabhängig von ihrer kognitiven Leistungsfähigkeit zu ermöglichen, verwendet Montessori im gesamten arithmetischen ‚Lerngang‘ Analogiebrücken in Form von Farben oder verbindenden Handlungen:



Das sog. ‚Markenspiel‘ und das ‚Goldene Perlenmaterial‘ oben im Bild weisen eine vergleichbare Tiefenstruktur mit einigen Abweichungen auf. Eine solche tiefenstrukturelle Ähnlichkeit ist jedoch für Kinder im Vergleich zur Oberflächenähnlichkeit erheblich schwerer erkennbar; deshalb werden über verbindende Handlungen (dunkle Pfeile) ‚Identitäten‘ der einzelnen Stufenzahlen bei Markenspiel und Perlenmaterial und so die für Kinder leichter erfassbare Oberflächenähnlichkeit hergestellt: Ein *retrieval* zur Quelle der Analogie, der mit dem Goldenen Perlenmaterial originär verknüpften Vorstellung vom Bündeln und Entbündeln (unausgefüllte Pfeile) wird möglich, dadurch auch *mapping* und ein Transfer der zwischen den Stufenzahlen fehlenden Relationen (gepunktete Pfeile). Damit haben die Kinder ein neues Material für ihre Arbeit und somit einen neuen Interessenspunkt, gleichzeitig bleibt die Vertrautheit des Umgangs durch den Transfer der Vorstellung erhalten, was sich aus Sicht der Motivation-

spsychologie positiv auf die Motivation zum Umgang mit dem somit nicht ganz neuen und nicht mehr alten Material auswirkt: So wird *flow* (Csikszentmihalyi) herbeigeführt bzw. ermöglicht. Es soll vor allem aber zur Ablösung vom Material im Sinne Dienes als ‚Variation der Veranschaulichung‘ dienen und damit zur nicht-prototypischen Abstraktion als Schärfung des Begriffsinhaltes und zugleich zur Verallgemeinerung als Vergrößerung des Begriffsumfanges. Die Vielzahl an Materialien bei Montessori fördert also nicht die Bindung an das Material, sondern ermöglicht im Gegenteil gerade die Ablösung vom konkreten Material und die Schemainduktion grundlegender Vorstellungen, hier: vom dezimalen Stellenwertsystem, das im Vertrauen auf die Fähigkeiten von Kindern über sein forsetzbares ‚Muster‘ in materialisierter Abstraktion eingeführt wird.

Neben der durch das einzelne Material möglichen Erkenntnis durch theoretische und empirische Abstraktion sind damit auch und *gerade* die Verbindungen zwischen den Materialien in Form operativer Zusammenhänge und Analogiebrücken kennzeichnend für ein auf dem Prinzip des entdeckenden Lernens aufgebautes, grundlegend genetisches und auf Verstehen ausgerichtetes Unterrichtskonzept.

Literatur

- Keith Devlin: Das Mathe-Gen oder wie sich das mathematische Denken entwickelt und warum Sie Zahlen ruhig vergessen können, 3. Auflage, Klett-Cotta: Stuttgart 2002
- Hans Freudenthal: Mathematik als pädagogische Aufgabe, Bd. 1 (Klett Studienbücherei Mathematik), Klett: Stuttgart 1973
- Sandra Heckmann: Fächerverbindendes Arbeiten im Montessori-Mathematikunterricht, in: BMU 2007, 247-250
- Keith J. Holyoak / Dedre Gentner / Boicho N. Kokinov (Hgg.): The Analogical Mind. Perspectives from Cognitive Science, Bradford / MIT: Cambridge / London 2001
- Friedhart Klix: Die Natur des Verstandes. Hogrefe: Göttingen / Bern / Toronto / Seattle 1992
- Werner Peschek: Untersuchung zur Abstraktion und Verallgemeinerung, in: Willibald Dörfler (Hg.): Kognitive Aspekte mathematischer Begriffsentwicklung. Arbeiten aus dem Projekt „Entwicklung formaler Qualifikationen im Mathematikunterricht“ (Didaktik der Mathematik, Universität für Bildungswissenschaften in Klagenfurt, Bd. 16), Hölder-Pichler-Tempsky / Teubner: Wien / Stuttgart 1988, 127-190
- Elke Söbbeke: Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern. Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel (texte zur mathematischen forschung und lehre, Bd. 42), Franzbecker: Hildesheim / Berlin 2005
- Sandra Thom: Kinder lernen entdeckend. Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und Realisierung des Mathematikunterrichts Maria Montessoris, Diss., Vechta 2009 (im Druck)