Dirk Brockmann-Behnsen, Hannover

Löseverhalten bei geometrischen Problemaufgaben mit und ohne den Einsatz von DGS

1. Theorie

Ein zentraler Bereich mathematischen Arbeitens ist das Lösen von Problemen und das damit verbundene Anwenden heuristischer Strategien. Diese Aspekte sollen den Schülerinnen und Schülern auch im Mathematikunterricht vermittelt werden. So findet sich beispielsweise im niedersächsischen Kerncurriculum in der Beschreibung der prozessbezogenen Kompetenz „Probleme mathematisch lösen“ folgende Formulierung: Die Schülerinnen und Schüler *„wählen geeignete heuristische Strategien wie Zerlegen in Teilprobleme, Spezialisieren und Verallgemeinern, Systematisieren und Strukturieren zum Problemlösen“* (Niedersächsisches Kultusministerium, 2009, S.12). Durch den Computereinsatz im Unterricht bleibt das Anstreben dieser Kompetenzen unangerührt, es ergibt sich allerdings die Frage, wie ein didaktisch sinnvoller Einsatz des Computers aussehen kann (vgl. Weigand, Weth 2002, S.26).

Problemlöseprozesse können beispielsweise durch eine Einteilung in Phasen oder Episoden beschrieben werden, wie Schoenfeld dies im Rahmen seiner „time-line-parsings“ macht (Schoenfeld 1985, 1992). Dabei stellt er fest, dass sich etwa 60% seiner über hundert untersuchten Prozesse einem Typ zuordnen lassen, den er an einem Beispiel erläutert: *„In its most telegraphic form, the time-line representation of their protocols shows that they read the problem, picked a particular direction to work on, and pursued that direction until they ran out of time."* Er nennt diesen Typ „wild goose chase“ (Schoenfeld 1992, S. 190 f.). Rott (2011) operationalisiert diesen Typ anhand des ausschließlichen Auftretens der kodierten Episodentyps „Exploration“ bzw. „Analysis“ und „Exploration“. In diesen Prozessen wurden also keine Pläne aufgestellt oder durchgeführt und es wurde, im Sinne von Pólya, auch keine Rückschau gehalten.

Speziell für den Einsatz von Dynamischer Geometrie Software (DGS) greifen Arzarello et al. (2002) ein kognitives Modell für den Löseprozess mathematischer Problemaufgaben auf, der durch ein Wechselspiel zwischen einer Ebene der Wahrnehmung und einer der Theoriebildung gekennzeichnet ist: *„These computer-supported practises can be framed within a cognitive evolution back and forth from perceptions to abstract ideas“*(ebd., S.66). Prozesse von der Wahrnehmungsebene hin zur Ebene der Theoriebildung, wenn Schüler also beispielsweise auf Grund einer beobachteten Invarianz in ihrer konstruierten Figur eine Vermutung aufstellen, werden als aufsteigende Prozesse bezeichnet (ascending processes). Entgegengesetzt verlaufende als absteigende Prozesse (descending processes), also wenn Schüler beispielsweise eine formulierte Vermutung durch eine gezielt konstruierte Figur am Bildschirm zu bestätigen versuchen. Auf- und absteigende Prozesse äußern sich durch die unterschiedliche Verwendung des Zugmodus durch die Schülerinnen und Schüler: *„Ascending and descending processes shown by dragging practises in Cabri reveal cognitive shifts from the perceptual level to the theoretical one and back in students' mathematical acticity"* (ebd., S. 67). Nach Olivero (1999) spiegelt die unterschiedliche Verwendung des Zugmodus kognitive Prozesse wieder.

2. Die Studie

In einer Pilotstudie wurden sechs Schülerpaare der zehnten Jahrgangsstufe (S01 bis S06) bei der Bearbeitung von sechs Geometrieaufgaben (P01 bis P06, P03 und P04 bzw. P05 und P06 sind inhaltlich ähnlich) untersucht. Dabei wurde im Rahmen eines symmetrischen Crossover-Designs das Medium Papier und Bleistift (P) bzw. DGS (D) gezielt gewechselt. Die nachstehende Tabelle gibt eine Übersicht:

	P01	P02	P03	P04	P05	P06
S01	**P**	**D**	**P**	**D**	**D**	**P**
S02	**P**	**D**	**D**	**P**	**P**	**D**
S03	**P**	**D**	**P**	**D**	**D**	**P**
S04	**P**	**D**	**D**	**P**	**P**	**D**
S05	**P**	**D**	**P**	**D**	**D**	**P**
S06	**P**	**D**	**D**	**P**	**P**	**D**

Für die DGS-unterstützten Prozesse wurde zunächst der Frage nachgegangen, ob sich der bei Schoenfeld beschriebene und im Sinne von Rott operationalisierte Prozesstyp „wild goose chase" wiederfinden lässt, und darauf aufbauend, ob es einen Zusammenhang zwischen diesem Typ und dem Bearbeitungserfolg gibt. Um ein Maß für den Bearbeitungserfolg zu finden, wurden u.a. im Rahmen einer Bachelorarbeit (Köhler 2010) Bewertungsschemata für die Aufgaben erstellt, mit deren Hilfe die untersuchten Prozesse bewertet werden konnten. Als erfolgreich wurden dabei Prozesse eingestuft, deren Bewertung nach erreichten Prozentsätzen überdurchschnittlich im Vergleich zu allen Ergebnissen bei der Aufgabe ausfiel.

3. Ergebnisse

Für 50 von den 72 Schülerinnen und Schülern wurden bislang Prozesseinteilungen vorgenommen. 28 dieser Prozesse (56%) entsprachen dem Typ „wild goose chase“, die Schoenfeldepisode „Verification“, also eine bewusste Rückschau, fand sich in nur 10% der untersuchten Prozesse.

Bezüglich der weiterführenden Forschungsfrage wurde nach einem Zusammenhang zwischen den Merkmalen „wild goose chase“ und „Prozess nicht erfolgreich“ gesucht. Für 20 Schülerinnen und Schüler wurden bislang Prozessbewertungen vorgenommen. Dabei ergab sich folgendes Bild:

Paar	Prb:	Bewertung		Bewertung	
S01	A	17,14%	+		
	B	17,14%	+		
S02	A	37,14%	+	17,30%	+
	B	37,14%	+	17,30%	+
S03	A	11,43%	-	3,85%	-
	B	11,43%	-	3,85%	-
S04	A	0,00%	-	7,69%	-
	B	0,00%	-	7,69%	-
S05	A	5,71%	-	11,54%	+
	B	5,71%	-	11,54%	+
S06	A			15,38%	+
	B			15,38%	+
		14,28%		11,15%	

Überdurchschnittliche Bewertungen wurden mit “+” bezeichnet, durchschnittliche und unterdurchschnittliche entsprechend mit einem “-“. Trotz der noch geringen Stichprobe wurde nun ein möglicher Zusammenhang zwischen den oben beschriebenen, nominalskalierten Merkmalen mittels eines χ^2-Tests untersucht:

	(unter)durch-schnittlich (-)		überdurch-schnittlich (+)		
„wild goose chase“	**10**	(8)	**6**	(8)	**16**
Sonstige	**0**	(2)	**4**	(2)	**4**
	10		**10**		**20**

Ein Zusammenhang zwischen den Merkmalen „wild goose chase“ und unterdurchschnittliche Aufgabenbewertung konnte auf einem 5% Niveau gezeigt werden (p=0,025).

4. Ausblick

Als unmittelbar folgende Arbeitsschritte müssen nun die verbleibenden Prozesse bewertet und die gewonnen Ergebnisse in die Statistik eingepflegt werden.

Mittelfristig wird an einem auf den Erkenntnissen von Olivero (1999) und Arzarello et al. (2002) aufbauenden Schema zur Einteilung der Prozesse nach unterschiedlichen Zugweisen gearbeitet. Dazu ist zunächst eine genauere Operationalisierung dieser Zugweisen erforderlich. Erste Vorarbeiten dazu wurden schon im Rahmen einer Bachelorarbeit geleistet (vgl. Partsch 2010). Danach soll nach einem Zusammenhang zwischen den Schoenfeld-Episoden und der Verwendung der Zugweisen durch die Probanden geforscht werden.

Literatur

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O. (2002): *A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments*, ZDM 2002 Vol. 34 (3), S. 66 – 72

Clauß, G., Finze, F.-R. & Partzsch, L. (2004[5]) : *Statistik*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main

Köhler, K. (2010): *Einteilung ausgewählter Problemlöseprozesse mit Dynamischer Geometriesoftware in Episoden nach Schoenfeld*, unveröffentlichte BA-Arbeit an der Leibniz Universität Hannover

Niedersächsisches Kultusministerium (2009): *Kerncurriculum für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe, ..., Mathematik*, Hannover

Olivero, F. (1999): Cabri-Géomètre as a mediator in the process of transition to proofs in open geometric situations, in: *Proceedings of ICTMT4* Plymouth, 9. – 13. August 1999

Partsch, M. (2010): *Die Rolle der Zugweisen nach Arzarello bei ausgewählten Problemlöseprozessen mit Dynamischer Geometriesoftware*, unveröffentlichte BA-Arbeit an der Leibniz Universität Hannover

Rott, B. (2011): Erste Ergebnisse der Analyse der Problembearbeitungsprozesse von Fünftklässlern. In: *BzMU 2011*.

Schoenfeld, A. H. (1985): *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, Orlando

Schoenfeld, A. H. (1992): On Paradigms and Methods: What Do You Do When the Ones You Know Don't Do What You Want Them to? In: *The Journal of the Learning Sciences 2* (1992), Nr. 2. S. 179 – 214.

Weigand, H.-G. & Weth, T. (2002): *Computer im Mathematikunterricht: neue Wege zu alten Zielen*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg