

Andreas BÜCHTER, Dortmund

## **Mathematikleistung und Raumvorstellung – Ergebnisse einer empirischen Untersuchung**

In der mathematikdidaktischen und psychologischen Literatur findet man zahlreiche Befunde zu Geschlechterunterschieden in der Mathematikleistung und zu Geschlechterunterschieden in der Raumvorstellung. Obwohl die Befundlage dabei heterogen und scheinbar widersprüchlich ist, werden Geschlechterunterschiede in der Mathematikleistung häufig auf entsprechende Unterschiede in der Raumvorstellung zurückgeführt:

„Diese Ergebnisse weisen darauf hin, dass Leistungs Nachteile für Mädchen insbesondere bei Aktivitäten zu beobachten sind, die sich auf Modellierungen beziehen (Heranziehen eines mentalen Modells in den Naturwissenschaften, rechnerisches Modellieren sowie Mathematisierung von Situationen in der Mathematik). Dies wiederum dürfte zumindest teilweise auf die in der Literatur beschriebene relative Schwäche von Mädchen im räumlichen Vorstellungsvermögen zurückzuführen sein“ (Stanat & Kunter, 2001, S. 267).

Da solche Erklärungsversuche bislang weder theoretisch noch empirisch hinreichend abgesichert sind, ist der Autor in einer eigenen Untersuchung (Büchter, 2011) der Frage nachgegangen, inwieweit sich Geschlechterunterschiede in der Mathematikleistung durch entsprechende Unterschiede in der Raumvorstellung statistisch erklären lassen („Spatial Mediation Hypothesis“, vgl. Burnett et al., 1979). Passend zu dieser Fragestellung wurden sowohl Mathematikleistung als auch Raumvorstellung quantitativ mit psychometrisch abgesicherten Tests erfasst. Als Mathematiktest wurden dabei die nordrhein-westfälischen *Lernstandserhebungen in der Jahrgangsstufe 9 (LSE 9)* verwendet. Ein Instrument zur differenzierten Erfassung der Raumvorstellung wurde in einer Voruntersuchung entwickelt. Im Rahmen der Hauptuntersuchung wurden die Testleistungen von insgesamt 464 Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufe 9 (aus allen Schulformen) zunächst für Raumvorstellung und Mathematikleistung separat und dann mit Blick auf die *Spatial Mediation Hypothesis* ausgewertet.

### **1. Befunde zur Raumvorstellung**

Für das Konstrukt *Raumvorstellung* liegt kein allgemein akzeptiertes Komponenten-Modell vor. Für die Untersuchung von Geschlechterunterschieden in der Raumvorstellung haben Linn & Petersen (1985) im Rahmen einer Meta-Analyse ein 3-Komponenten-Modell entwickelt, das sowohl kognitionspsychologisch (mit Blick auf die idealtypisch ablaufenden mentalen Prozesse) plausibel als auch psychometrisch (im Sinne relativ homogener Befunde zu Geschlechterunterschieden) abgesichert ist.

---

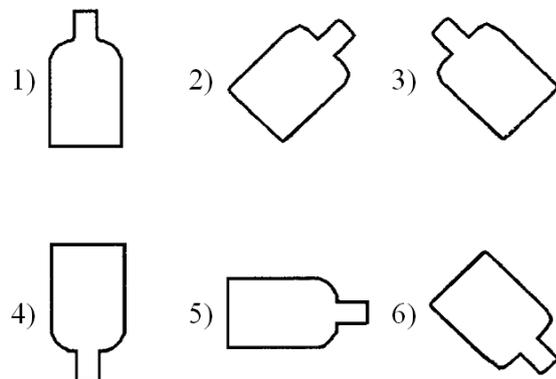
### 3-Komponenten-Modell der Raumvorstellung (Linn & Petersen, 1985)

---

#### *Spatial Perception*

Die Fähigkeit, räumliche Beziehungen unter Bezugnahme auf den eigenen Körper und trotz ablenkender Informationen zu bestimmen.

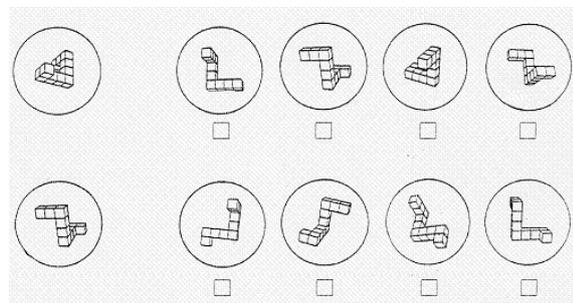
Test: *Water-Level-Tasks (WLT)*



#### *Mental Rotation*

Die Fähigkeit, vorgegebene (zwei- oder dreidimensionale) Objekte (schnell und präzise) mental zu rotieren.

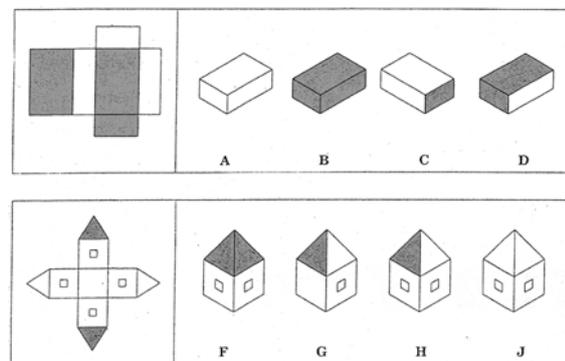
Test: *Mental Rotation Test (MRT)*



#### *Spatial Visualization*

Die Fähigkeit, komplexere und mehrschrittige Bearbeitung räumlicher Informationen mental durchzuführen. Dabei können Teilprozesse *Spatial Perception* oder *Mental Rotation* benötigen.

Test: *Differential Aptitude Test – Subtest Spatial Relations (DAT:SR)*



Mit den in der obigen Tabelle angegebenen Referenztests konnten die Befunde von Linn & Petersen zu Geschlechterunterschieden in den drei Komponenten der Raumvorstellung repliziert werden. Dabei war die Effektstärke (zugunsten der männlichen Versuchspersonen) in der Komponente *Mental Rotation* mit  $d = 0,80$  am größten. Die eingesetzte Version des *MRT* enthielt zehn Items, die ohne relevante Zeitrestriktion bearbeitet werden konnten. Die Standardabweichung für die Anzahl richtig gelöster Testitems betrug  $s = 2,94$ , sodass die genannte Effektstärke einem Mittelwertunterschied (zwischen den Gruppen der männlichen und weiblichen Versuchspersonen) von fast 2,5 richtig gelösten Items entspricht und somit zweifellos nicht nur signifikant, sondern auch praktisch bedeutsam ist.

Die folgende Tabelle gibt die Effektstärke für alle drei Komponenten wieder. Dabei muss beachtet werden, dass die Effektstärke für den *DAT:SR* nicht signifikant von Null verschieden ist.

<i>Geschlechterunterschiede in der Raumvorstellung (n = 466)</i>		
Komponente (Test)	Effektstärke	Signifikanz
<i>Spatial Perception (WLT)</i>	0,40	ja (p = 0,002)
<i>Mental Rotation (MRT)</i>	0,80	ja (p = 0,000)
<i>Spatial Visualization (DAT:SR)</i>	0,08	nein (p = 0,462)

Die in der obigen Tabelle dargestellten Ergebnisse zu den drei eingesetzten Tests deuten darauf hin, dass der *DAT:SR* als Referenztest für *Spatial Visualization* nicht als potenzieller Mediator für Geschlechterunterschiede in der Mathematikleistung infrage kommt. Das größte Potenzial dürfte den Ergebnissen und auch den Befunden in der Literatur zufolge der *MRT* als Referenztest für *Mental Rotation* haben.

## 2. Befunde zur Mathematikleistung

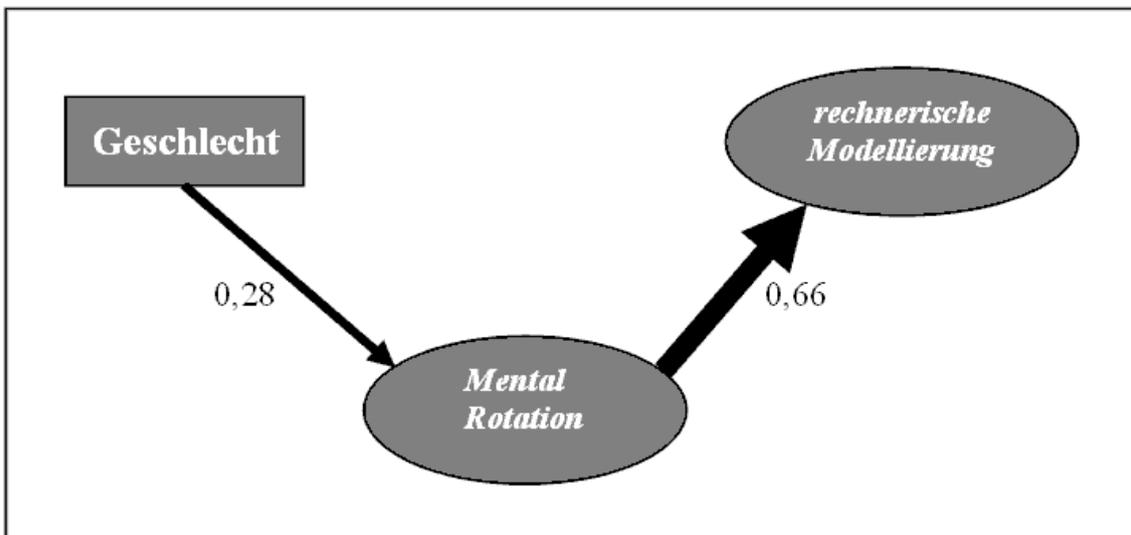
Der *LSE 9*-Mathematiktest basiert in seiner Zusammenstellung (und seiner Auswertung als Vergleichsarbeit in Nordrhein-Westfalen) auf einer Skalierung nach dem eindimensionalen Rasch-Modell. Daher ist es für die Diskussion um die Dimensionalität von Fachleistungen umso interessanter, dass eine Skalierung nach dem dreidimensionalen Rasch-Modell mit den *Typen mathematischen Arbeitens (technische Aufgaben, rechnerische Modellierungsaufgaben und begriffliche Modellierungsaufgaben; vgl. Neubrand et al., 2002)* als Dimensionen bessere Fit-Werte liefert als die eindimensionale Modellierung der Daten (vgl. Büchter, 2011, S. 230 f.).

Auch für die Frage der Geschlechterunterschiede liefern die *Typen mathematischen Arbeitens* eine ergiebige Ausdifferenzierung, die den im Eingangszitat von Stanat & Kunter (2001) berichteten Befund bestätigt: Während die Effektstärke für Geschlechterunterschiede (zugunsten männlicher Versuchspersonen) im gesamten *LSE 9*-Mathematiktest  $d_{\text{ges}} = 0,63$  beträgt, sinkt sie für den Subtest der *technischen Aufgaben* auf  $d_{\text{tech}} = 0,48$  und steigt sie für den Subtest der *rechnerischen Modellierungsaufgaben* auf  $d_{\text{r\_mod}} = 0,72$ .

Bei der (zunächst statistischen) Erklärung von Geschlechterunterschieden in der Mathematikleistung dürften also *rechnerische Modellierungsaufgaben* von besonderem Interesse sein.

### 3. Befunde zur Spatial Mediation Hypothesis

Die *Spatial Mediation Hypothesis* lässt sich empirisch gut mithilfe entsprechender Strukturgleichungsmodelle überprüfen, in denen das Strukturmodell (Raumvorstellung als Mediator zwischen Geschlecht und Mathematikleistung) und das Messmodell (beobachtetes Testverhalten wird jeweils rechnerisch auf die latenten Variablen Raumvorstellung bzw. Mathematikleistung zurückgeführt) enthalten sind. Die folgende Abbildung enthält das entsprechend bestimmte Modell für den Raumvorstellungstest *MRT* als Referenztest für *Mental Rotation* und die *rechnerischen Modellierungsaufgaben* als Mathematik-Subtest. Tatsächlich existiert statistisch kein eigenständiger Effekt der Variable Geschlecht auf die Leistung bei *rechnerischen Modellierungsaufgaben*, wenn *Mental Rotation* in einem gemeinsamen Modell berücksichtigt wird.



### Literatur

- Büchter, A. (2011). *Zur Erforschung von Mathematikleistung. Theoretische Studie und empirische Untersuchung des Einflussfaktors Raumvorstellung*. Dortmund: Technische Universität Dortmund. (Dissertation; online verfügbar über die Deutsche Nationalbibliothek)
- Burnett, S. A., Lane, D. M. & Dratt, L. M. (1979). Spatial Visualization and Sex Differences in Quantitative Ability. *Intelligence*, 3, 345-354.
- Linn, M. A. & Petersen, A. C. (1985). Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability. A Meta-Analysis. *Child Development*, 56 (6), 1479-1498.
- Neubrand, M., Klieme, E., Lüdtke, O., & Neubrand, J. (2002). Kompetenzstufen und Schwierigkeitsmodelle für den PISA-Test zur mathematischen Grundbildung. *Unterrichtswissenschaft*, 30, 100–119.
- Stanat, P. & Kunter, M. (2001). Geschlechterunterschiede in Basiskompetenzen. In Deutsches PISA-Konsortium (Hg.), *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 249-269). Opladen: Leske+Budrich.