

Michael BÜRKER, Freiburg; Jürgen KURY, Freiburg

Mathematik am Freiburger Münster – Anregungen für einen projektorientierten Mathematikunterricht

Im Folgenden soll den Lehrerinnen und Lehrern Anregungen für einen fächerübergreifenden Unterricht rund um das Thema „Mathematik am Freiburger Münster“ gegeben werden. Dabei geht der Blick über das Fach Mathematik hinaus und umfasst theologische, geschichtliche und kunsthistorische Aspekte.

Wir gliedern den Beitrag in folgende Teile:

- Zahlensymbolik
- Goldener Schnitt
- Materialien für Schülerinnen und Schüler

Die mittelalterliche **Zahlensymbolik** spielt bei der Architektur des Freiburger Münsters eine wesentliche Rolle. Hier die Bedeutung der Zahlen für die Menschen des Mittelalters im Überblick (Bezüge zum Freiburger Münster sind durch Fettdruck gekennzeichnet):

- 1: Symbol für die Einheit des Universums
- 2: Symbol der Dualität, von Gegensatzpaaren wie z. B. Gut und Böse, Mann und Frau, Tag und Nacht, **Selige und Verdammte im Tympanon der Portalhalle**
- 3: Symbol der Trinität (dreieiniger Gott)
- 4: Symbol des Irdischen, der 4 Himmelsrichtungen, 4 Elemente, 4 Jahreszeiten

Himmelsrichtungen:

- Osten: Sonnenaufgang, Geburt Jesu
- Süden: Strahlende Sonne am Mittag, Liebe Gottes zu den Menschen
- Westen: Sonnenuntergang, Wiederkunft Jesu beim Weltgericht
- Norden: Nacht, Kälte, Tod

Diese Bedeutung der 4 Himmelsrichtungen können auch in der Architektur der 4 Seiten des Münsters (wie in allen älteren Kirchenbauten) abgelesen werden: Z. B. innerhalb des Münsters befindet sich im **Osten der Chor, auf der Westseite das Weltge-**

richt im Tympanon der Portalhalle, außerhalb des Münsters findet an der **Südseite des Münsters** täglich der Markt als Symbol menschlicher Geschäftigkeit statt.

- 5: Die Zahl 5 taucht in der Bibel u. a. im Zusammenhang mit den „5 Büchern Mose“ auf. Die „**5 klugen und 5 törichten Jungfrauen**“ treten als Figurenzyklus in der **Portalhalle des Münsters** auf.
- 6: Vollkommenheit, 6 als vollkommene Zahl: = 1 + 2 + 3, 6 Schöpfungstage, 6 Werke der Barmherzigkeit.
- 7: heilige Zahl, 7 = 3 + 4, 7 Bitten im Vaterunser, 3 in Bezug auf Gott, 4 in Bezug auf die Menschen, **3-gliedrige Fenster auf der Nordseite, 4-gliedrige Fenster auf der Südseite des Münsters, die 7 freien Künste des Mittelalters, die in der Portalhalle durch Frauenfiguren dargestellt sind (Grammatik, Dialektik, Rhetorik, Geometrie, Musik, Arithmetik, Astronomie)**
- 8: Verdopplung der 4, **Münsterturm unterhalb der Sterngalerie viereckig, oberhalb achteckig**. Das Achteck ist Zwischenstadium zwischen Welt (4-eckig) und Himmel (Kreis als Symbol der Vollkommenheit).
- 12: 12 = 3 · 4, 12 Stämme Israels, 12 Apostel, 12 Monate.

Grundmaß des Freiburger Münsters ist die Elle (54 cm). Das Freiburger Münster ist 210 Ellen lang (Langhaus + Chor) und der Turm 210 Ellen hoch.

Der Goldene Schnitt (GS).

Der GS taucht in der Gotik und vor allem Renaissance immer wieder in der Sakralarchitektur auf, so auch beim Freiburger Münster.

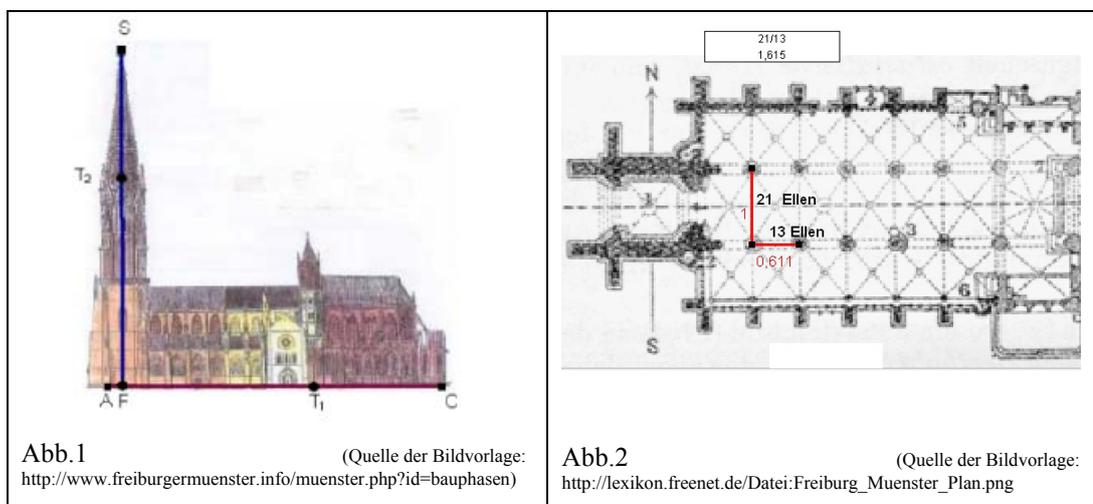


Abb.1 (Quelle der Bildvorlage: <http://www.freiburgermuenster.info/muenster.php?id=bauphasen>)

Abb.2 (Quelle der Bildvorlage: http://lexikon.freenet.de/Datei:Freiburg_Muenster_Plan.png)

Das Münster ist in seiner Länge (Strecke AC) durch den Punkt T_1 , der Turm in der Höhe (Strecke FS) durch den Punkt T_2 im GS geteilt, genaueres s. [1]. Die Fibonacci-Folge 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... wurde von den Baumeistern oft als ganzzahlige Annäherung an den GS benutzt. So ist auch das aus benachbarten Säulen des Hauptschiffs gebildete Rechteck (Abb. 2) näherungsweise ein goldenes mit den Seitenlängen 21 und 13 Ellen (es ist $\frac{13}{21} \approx 0,611$). Bekanntlich strebt die Folge der Quotienten zweier aufeinanderfolgender Fibonacci-Zahlen gegen die Goldene Zahl $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618$ bzw. gegen den Kehrwert von Φ , also gegen 0,618...

Interessant ist, dass für die Konstruktion des Münstergrundrisses vermutlich die in [1] beschriebene Idee benutzt wurde. Erstaunlicherweise stehen die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 1 und die Diagonale eines Einheitsquadrats im Verhältnis 0,612, also fast genau im Verhältnis des GS! Das muss den mittelalterlichen Baumeistern bekannt gewesen sein.

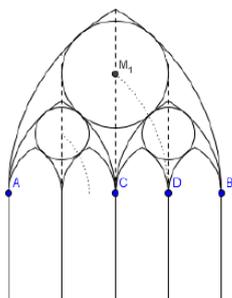
Materialien für Schülerinnen und Schüler.

Ein Projekttag zum Freiburger Münster lohnt sich auf jeden Fall, vor allem fächerübergreifend in Verbindung mit Religion, Geschichte und Kunst. Die beiden Autoren dieses Beitrags haben dies selbst mit Oberstufenklassen durchgeführt, Jürgen Kury in den 90iger Jahren, Michael Bürker mit Studierenden des Seminars über den „Einsatz unterschiedlicher Unterrichtsmethoden“ im SS 2009 und SS 2010. Ein möglicher Ablaufplan steht in [3]. Im Folgenden soll noch auf einige Aufgaben für SuS verschiedener Altersstufen verwiesen werden (ausführlich in [2]).

Aufgabe 1 (Für SuS der Klassenstufe 7)

Lamportal des Münsters Freiburg I

Zeichne nach für $|AB| = 8$ cm.



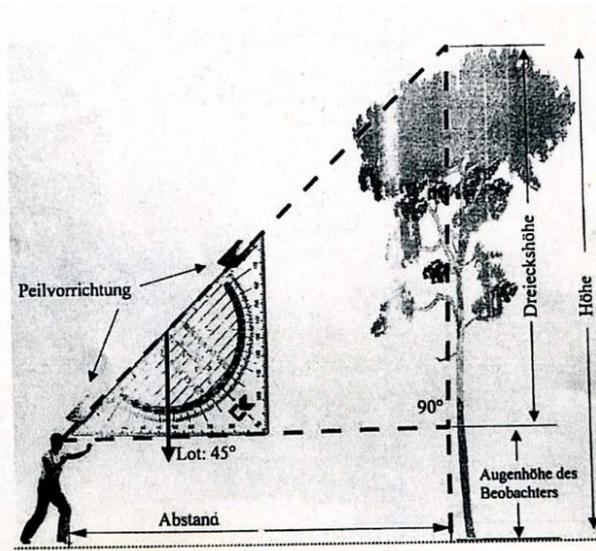
Quelle 1: <http://www.freiburgermuenster.info/index.php?id=126> (Ausschnitt)

Die Höhenmessung des Turms kann auf verschiedene Weise erfolgen, z. B. mit dem Försterdreieck. Die SuS mussten herausfinden, an welchen Stellen im Umkreis des Münsters sie die Messung durchführen mussten.

Aufgabe 2 (Für SuS der Klassenstufe 10)

Das Försterdreieck

Das Dreieck wird waagrecht gehalten und der Beobachterstandpunkt so gewählt, dass über die zweite Dreiecksseite die Objektspitze gesehen werden kann. Danach ist die Entfernung zum Objekt abzuschreiten und die Höhe wird mittels Strahlensatz berechnet.



Die folgende Aufgabe ist eine Fermi-Aufgabe, bei der die SuS etliche Randbedingungen abschätzen mussten.

Aufgabe 3 (für SuS der Klassenstufe 10)

Bestimme das Volumen des Münsters und die Masse des Münsters.

Als Ergebnisse kamen für das Volumen Werte zwischen $95\,000\text{ m}^3$ und $140\,000\text{ m}^3$, für die Masse Werte zwischen $15\,000\text{ t}$ und $30\,000\text{ t}$ heraus. Die unterschiedlichen Ergebnisse resultieren aus den Ansätzen für die durchschnittliche Mauerdicke.

Die Unterrichtsmaterialien zum Thema „Mathematik am Freiburger Münster

Literatur:

[1] Brinkmann, A.; Bürker, M.: Bericht des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“- In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2011, Franzbecker, Hildesheim.

[2] Bürker, Michael:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/didaktik/infos.html#Lehrerfortbildungen>

[3] Kury, Jürgen: <http://www.zum.de/Faecher/M/BW/M9N/LP5/muenster.html>