

Theresa DEUTSCHER, Dortmund

Zusammenhänge zwischen den arithmetischen und geometrischen Lernständen von Schulanfängern

1. Theoretisch-empirische Ausgangsbasis

Der Mathematikunterricht der Grundschule setzt sich zu einem großen Teil aus arithmetischen und geometrischen Inhalten zusammen, die nicht selten enge Bezüge aufweisen. In der Arithmetik ist eine mäßige, positive Korrelation zwischen dem Zahlen- und Mengenvorwissen von Schulanfängern nachgewiesen (vgl. Krajewski 2003). Kenntnisse über Zahlen und Mengen stellen wiederum für das Rechnen eine notwendige Voraussetzung dar. Bereichsübergreifend besteht insbesondere eine enge Verbindung zwischen der arithmetischen Begriffsbildung und geometrischen Vorstellungen (vgl. Bauersfeld 1992).

Aufgrund des genetischen Zusammenhangs der verschiedenen Inhaltsbereiche scheinen die Fähigkeiten von Lernenden in benachbarten Inhaltsgebieten aufeinander Einfluss haben zu können. Über welche Fähigkeiten Schulanfänger in den einzelnen Inhaltsbereichen der Arithmetik und der Geometrie verfügen und inwieweit bereichsspezifische und bereichsübergreifende Zusammenhänge zwischen den Lernständen der Kinder bestehen, wurde in der folgenden Untersuchung (vgl. Deutscher 2011) nachgegangen.

2. Untersuchung mit 108 Schulanfängern

Um der inhaltlichen Spannbreite des Unterrichtsfachs und den Kindern in ihren verschiedenen Kompetenzen gerecht zu werden, wird auf die Grundideen-Tests Arithmetik und Geometrie (vgl. Wittmann & Müller 2004; Waldow & Wittmann 2001) als strukturgleiche Testinstrumente zurückgegriffen. Diese wurden in leicht überarbeiteter Fassung als klinische Leitfadeninterviews mit jeweils denselben 108 Schulanfängern durchgeführt. Die Testinhalte beziehen sich dabei auf Stoff des Anfangsunterrichts und kommen damit der Erkenntnis – dass Schulanfänger mit erheblichen Vorerfahrungen in die Schule kommen (vgl. Selter 1995; Grassmann 1996) – nach und ergänzen diese hinsichtlich des weiterführenden Anforderungsniveaus.

3. Lernstände insgesamt

Trotz der hohen Testanforderungen erreichen die Kinder zu Schulbeginn im Arithmetiktest durchschnittlich 32,1 ($s = 9,4$) und im Geometrietest 31,4 ($s = 7,8$) von insgesamt 50 Punkten. Die Heterogenität wird anhand der erreichten Testpunktzahlen in den beiden unteren Diagrammen deutlich.

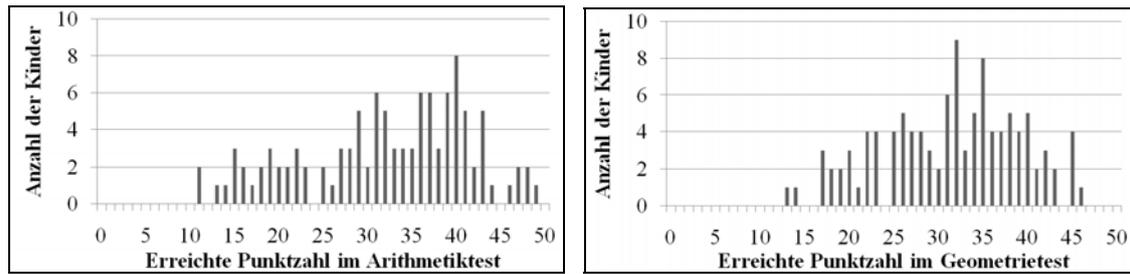


Abb. 1 Punktzahlen der Schulanfänger im Arithmetik- und Geometrietest

4. Lernstände in Abhängigkeit vom sozialen Einzugsgebiet, Geschlecht und Alter

Das soziale Einzugsgebiet der besuchten Schulen steht in einem signifikanten Zusammenhang mit den Lernständen der jeweiligen Kinder (Arithmetiktest: $F = 6,571$, $n = 108$, $p = 0,002$; Geometrietest: $F = 8,253$, $n = 108$, $p < 0,0001$). Die Schulanfänger aus Schulen mit sozial starkem Einzugsgebiet erreichen durchschnittlich die höchsten Testpunktzahlen (Arith.: 35,4 P.; Geom.: 34,0 P.). Kinder aus Schulen mit mittlerem sozialen Einzugsgebiet zeigen mittlere (Arith.: 32,9 P.; Geom.: 32,7 P.) und Schülerinnen und Schüler aus Schulen mit sozial schwachem Einzugsgebiet die niedrigsten (Arith.: 27,9 P.; Geom.: 27,4 P.) Lernstände (Zuordnung nach dem Belastungsindex des Instituts für Schulentwicklungsforschung, TU Dortmund).

In Abhängigkeit vom Geschlecht der Schulanfänger ergeben sich für den Arithmetik- und den Geometrietest unterschiedliche Befunde. Während die Jungen im Arithmetiktest mit 35,3 Punkten signifikant höhere Leistungen als die Mädchen mit 28,9 Punkten erreichen ($t = 3,7$, $n = 108$, $p < 0,0001$), liegen im Geometrietest mit 31,8 (Jungen) und 31,0 (Mädchen) Punkten keine Leistungsunterschiede vor ($t = 0,5$, $n = 108$, $p = 0,6$).

Das Alter der Schulanfänger, welches zwischen 5 Jahren und 8 Monaten und 7 Jahren und 7 Monaten liegt, weist weder im Bereich der Arithmetik ($r = 0,113$, $n = 108$, $p = 0,246$) noch in der Geometrie ($r = 0,129$, $n = 108$, $p = 0,183$) einen Zusammenhang mit den Testleistungen auf.

5. Bereichsspezifische Zusammenhänge und Differenzen

Im Bereich der Arithmetik zeigen die Schulanfänger in den unterschiedlichen Inhaltsbereichen tendenziell vergleichbare Lernstände auf (vgl. Tabelle 1).

Der Aufgabenblock ‚Zahlenreihe‘ zeigt besonders starke, positive Korrelationen mit den Aufgabenblöcken ‚Rechnen‘, ‚Zehnersystem‘ und ‚Sach-

aufgaben'. Auch zwischen den Aufgabenblöcken ‚Zehnersystem‘ und ‚Rechenverfahren‘ besteht ein auffallend hoher, positiver Zusammenhang.

	Zahlenreihe	Rechnen	Zehnersystem	Rechenverfahren	Arith. Muster	Zahlen in der Umwelt	Sachaufgaben
Zahlenreihe		0,650**	0,612**	0,474**	0,418**	0,426**	0,663**
Rechnen	0,650**		0,585**	0,513**	0,437**	0,499**	0,588**
Zehnersystem	0,612**	0,585**		0,629**	0,318**	0,519**	0,572**
Rechenverfahren	0,474**	0,513**	0,629**		0,312**	0,489**	0,553**
Arith. Muster	0,418**	0,437**	0,318**	0,312**		0,206*	0,401**
Zahlen in der Umwelt	0,426**	0,499**	0,519**	0,489**	0,206*		0,423**
Sachaufgaben	0,663**	0,588**	0,572**	0,553**	0,401**	0,423**	

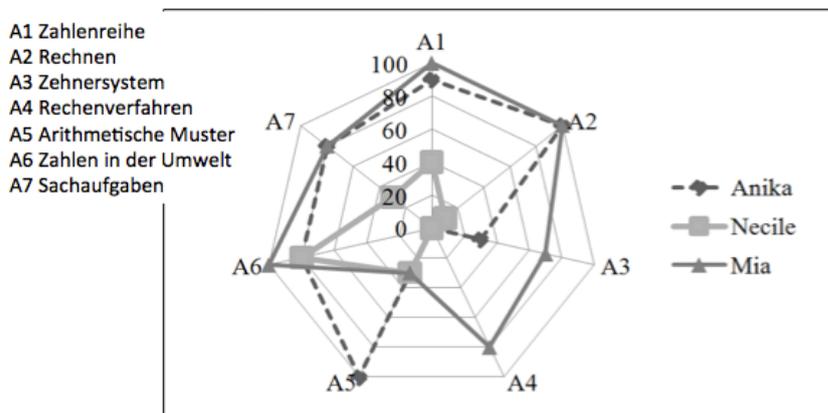
Tab. 1: Korrelationen der Erfolgsquoten in den Inhaltsbereichen des Arithmetiktests

Die Fähigkeiten der Schulanfänger zu den Grundideen der Geometrie zeigen zwar oft auch signifikante, aber insgesamt geringere Korrelationen auf.

	Formen und Konstruktion	Operieren mit Formen	Koordinaten	Maße	Geom. Muster	Formen in der Umwelt	Sachsituationen
Formen und Konstruktion		0,466**	0,373**	0,480**	0,335**	0,192*	0,268**
Operieren mit Formen	0,466**		0,406**	0,363**	0,384**	0,101	0,130
Koordinaten	0,373**	0,406**		0,405**	0,430**	0,149	0,182
Maße	0,480**	0,363**	0,405**		0,240*	0,156	0,252**
Geom. Muster	0,335**	0,384**	0,430**	0,240*		0,119	0,229*
Formen in der Umwelt	0,192*	0,101	0,149	0,156	0,119		0,77
Sachsituationen	0,268**	0,130	0,182	0,252**	0,229*	0,77	

Tab. 2: Korrelationen der Erfolgsquoten in den Inhaltsbereichen des Geometrietests

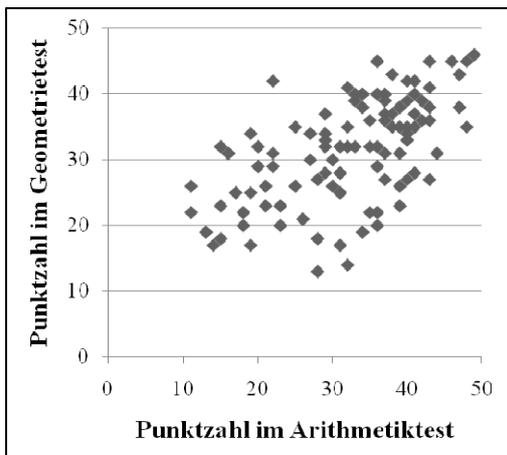
Bei Betrachtung der Lernstände einzelner Kinder, werden jedoch auch erhebliche intraindividuelle Unterschiede deutlich. So zeigt Abbildung 2 exemplarisch die Erfolgsquoten von drei Schulanfängerinnen in den sieben



Aufgabenblöcken des Arithmetiktests. Aus den variierenden Lernständen werden individuelle, inhaltliche Förder- und Fordermöglichkeiten deutlich.

Abb. 2: Intraindividuell unterschiedliche Lernstände (Erfolgsquoten in den Inhaltsbereichen des Arithmetiktests)

6. Bereichsübergreifende Zusammenhänge und Differenzen



Zwischen den arith. und geom. Lernständen der Schulanfänger kann eine mittelstarke, positive Korrelation nachgewiesen werden ($r = 0,571$, $n = 108$, $p < 0,0001$). Wird das Geschlecht der Kinder in die Analyse mit einbezogen, so weisen die Fähigkeiten der Mädchen in beiden Inhaltsbereichen ($r = 0,712$, $n = 54$, $p < 0,0001$) einen wesentlich stärkeren Zusammenhang auf als die der Jungen ($r = 0,484$, $n = 54$, $p < 0,0001$).

Abb. 3: Zusammenhang arith. und geom. Fähigkeiten

7. Zentrale Schlussfolgerungen

- Ein besonderer Handlungsbedarf wird in der mathematischen Frühförderung von sozialbenachteiligten Kindern sowie von Mädchen deutlich.
- Insbesondere für leistungsschwache Kinder, die häufig sowohl in der Arithmetik als auch in der Geometrie über geringe Vorerfahrungen verfügen, ist die parallele Förderung arith. und geom. Fähigkeiten – bedingt durch ihren genetischen Zusammenhang – von besonderer Bedeutung.

Literatur

- Bauersfeld, H. (1992): Drei Gründe, geometrisches Denken in der Grundschule zu fördern. In K. P. Müller (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, 7-33.
- Deutscher, Th. (2011): Arithmetische und geometrische Fähigkeiten von Schulanfängern. Eine empirische Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung des Bereichs Muster und Strukturen. Wiesbaden: Vieweg.
- Grassmann, M. (1996): Geometrische Fähigkeiten der Schulanfänger. In: Grundschulunterricht, 43 (5), 25-27.
- Krajewski, K. (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Kovac.
- Selter, Ch. (1995): Zur Fiktivität der ‚Stunde Null‘ im arithmetischen Anfangsunterricht. In: Mathematische Unterrichtspraxis, 2, 11-19.
- Waldow, N. & Wittmann, E. Ch. (2001): Ein Blick auf die geom. Vorkenntnisse von Schulanfängern mit dem mathe 2000-Geometrie-Test. In W. Weiser & B. Wollring (Hrsg.): Beiträge zur Didaktik für die Primarstufe. Hamburg: Kovac, 247-261.
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2004): Der GI-Eingangstest Arithmetik. In E. Ch. Wittmann & G. N. Müller: Das Zahlenbuch 1. Lehrerband. Leipzig: Klett, 222-226.